G. B. GOSIO

C. e F. PERETTI

CORSO DI FISICA

per i Licei Scientifici

VOLUME PRIMO

MECCANICA

ANGELO SIGNORELLI EDITORE

ROMA

S. p. A. ARTI GRAFICHE PANETTO & PETRELLI - SPOLETO - 1969

PREFAZIONE

Nel presentare questo nuovo Corso di Fisica per Licei Scientifici, gli Autori si permettono di segnalare le principali caratteristiche, alcune delle quali costituiscono un'assoluta novità:

1) una spiccata impronta di modernità, ottenuta dando debito rilievo ai più recenti sviluppi della Fisica e con una opportuna scelta del materiale illustrativo; per tale motivo sono stati omessi taluni dettagli relativi soprattutto ad apparecchi ormai superati;

2) un'accurata ricerca di chiarezza e di semplicità, non disgiunte dall'indispensabile esattezza scientifica, in modo che l'allievo possa seguire senza soverchia difficoltà lo svolgersi dei singoli argomenti. A questo scopo mirano i numerosi accorgimenti tipografici adottati: caratteri differenti onde distinguere nettamente le parti teoriche da quelle applicative, colori diversi soprattutto per rendere maggiormente evidenti gli argomenti essenziali, ed appositi riquadri che permettano una visione sintetica degli argomenti stessi;

3) una Appendice al termine del terzo Volume, sulla quale ci permettiamo di richiamare la benevola attenzione dei Colleghi, in cui sono dati alcuni cenni, corredati da semplici esempi, di come anche la Fisica possa venire inquadrata nelle moderne vedute dell'Algebra (Insiemi, Gruppi, Anelli, Corpi, Vettori). A questo proposito si è fatto un cenno leggermente più ampio riguardo all'Algebra di Boole, elemento teorico di base per la progettazione dei prodigiosi calcolatori elettronici.

Ci sia qui consentito ringraziare i Colleghi che vorranno esaminare con benevolenza il nostro lavoro ed in special modo l'Editore, la cui assidua collaborazione ha consentito l'accurata presentazione tipografica del Testo.

Gli Autori

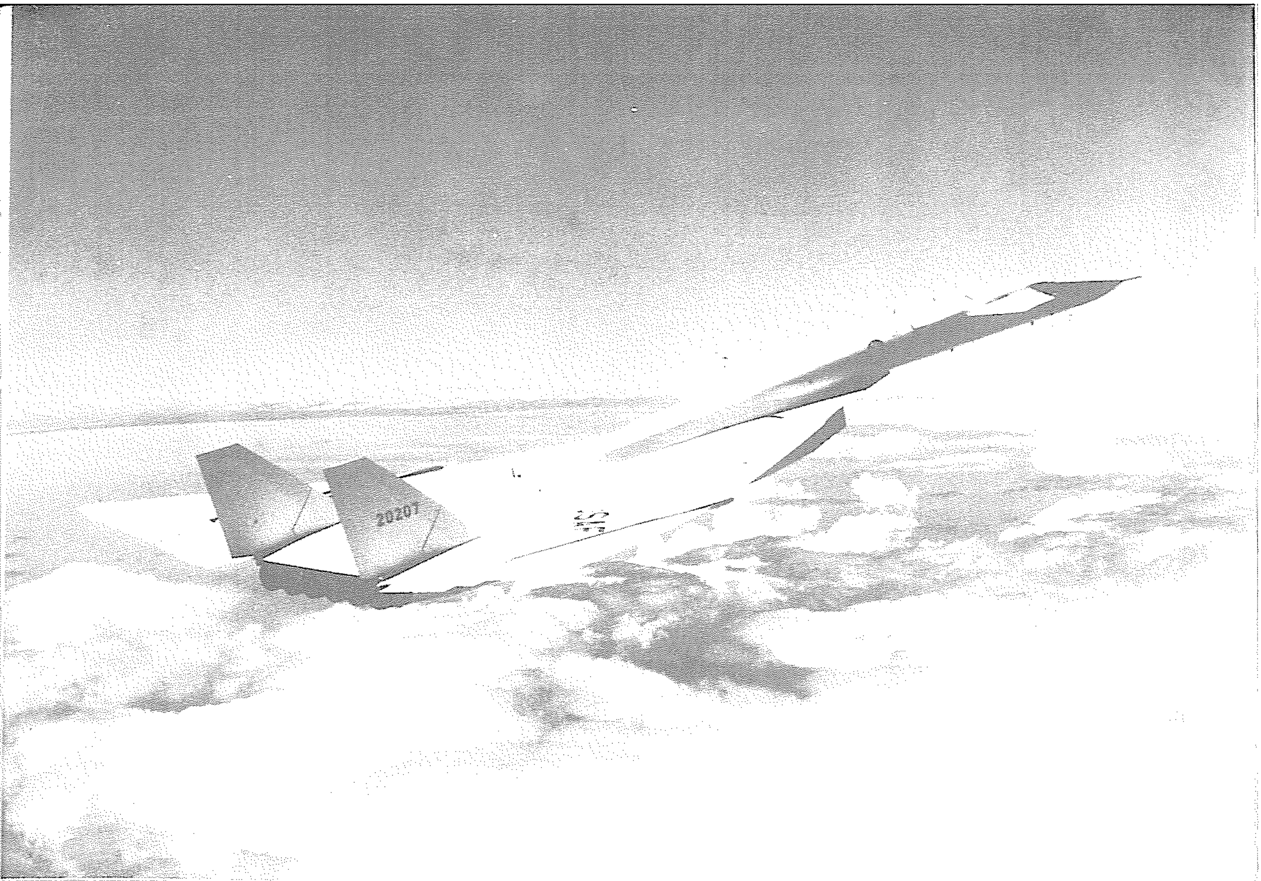
INDICE

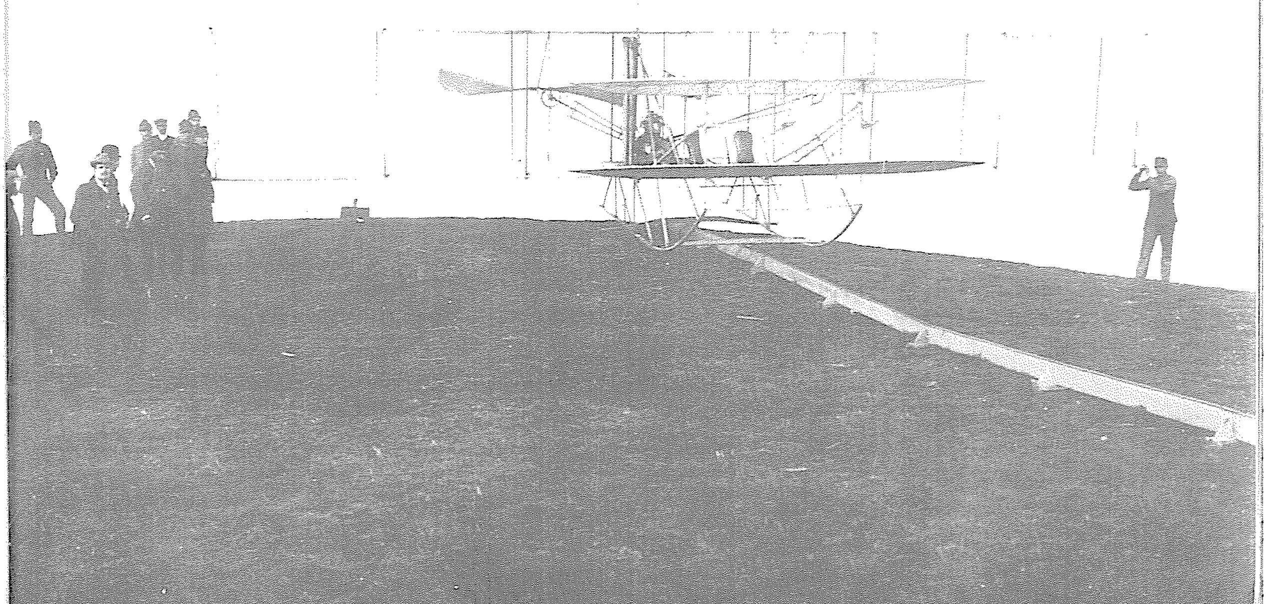
Dinamica

MECCANICA DEI FLUIDI

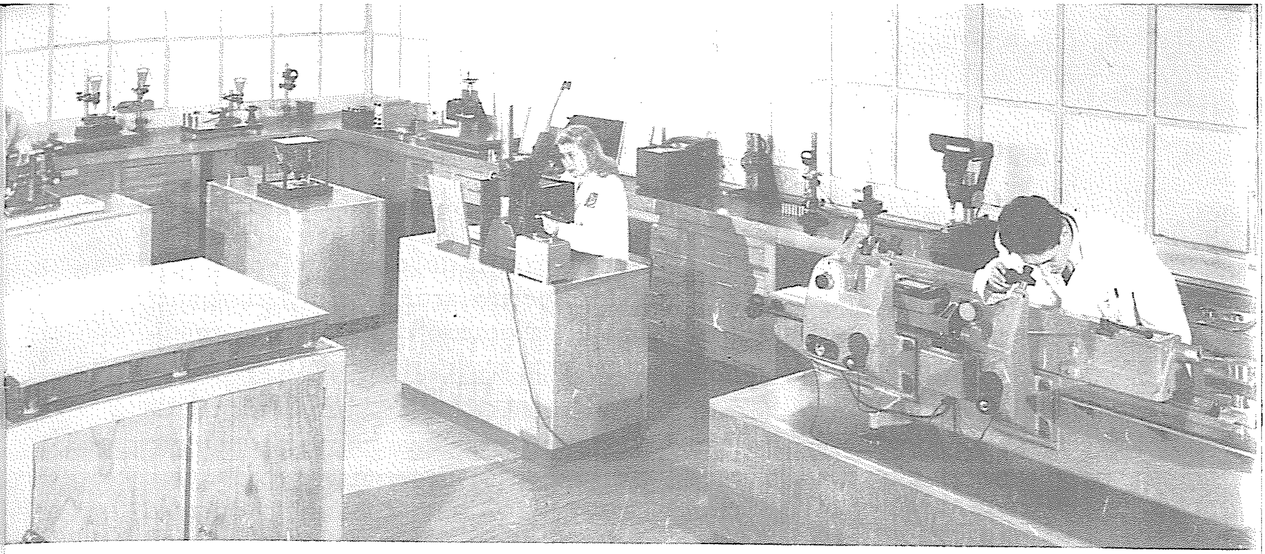
Statica dei fluidi.

ESERCIZI


20207



In alto : plurigetto X B-70 (Usis).
In basso : apparecchio di Wright (Aeronautica Militare).
In poco più di 50 anni si è passati dal rudimentale aeroplano di Wright, capace di sollevarsi a stento per pochi metri, al moderno plurigetto in grado di raggiungere la velocità di 4000 Km all'ora.



Moderna « camera metrologica » per ottenere misure di estrema precisione (RIV-SKF).

INTRODUZIONE

Oggetto della Fisica

Comunemente il termine « fenomeno » è usato solo per avvenimenti e cose eccezionali; invece nel linguaggio scientifico ha un significato molto più generale e si indica con questo nome qualsiasi fatto, anche comune, che avvenga in natura: la caduta di un oggetto, l'accendersi di una lampadina elettrica, il bruciare di un pezzo di carta, lo sbocciare di un fiore.

Fin dalla preistoria l'uomo si è interessato dei fenomeni naturali e, con l'ampliarsi delle sue conoscenze scientifiche, sono sorte e si sono sviluppate, partendo da quella che presso gli antichi Greci era detta « scienza della natura » o « fisica », varie branche come la biologia, la mineralogia, la chimica, l'astronomia, l'attuale fisica ecc. Però è opportuno tener presente che una tale suddivisione, comoda sotto molti aspetti, non è ben definita perché vi sono fenomeni che rientrano in più d'una delle grandi categorie ora citate. Così alla « fisica », nel senso attuale della parola, è rimasto un campo di ricerca che va sempre più estendendosi ed investendo quello delle altre discipline scientifiche; infatti, con le moderne teorie, la chimica, la mineralogia ecc. vengono a cadere in tutto o in parte anche sotto l'indagine della fisica.

Per semplice comodità di lavoro, la fisica si divide in più parti che studiano, rispettivamente, i moti dei corpi e le cause che li producono (meccanica), il calore (termologia), il suono (acustica), la luce (ottica), i fenomeni elettrici e magnetici (elettrologia e magnetismo) ed infine la costituzione della materia (fisica atomica).

Il metodo sperimentale

Per studiare un fenomeno si deve anzitutto osservare come esso avviene in natura, indi, se possibile, ripetere artificialmente mediante « esperimenti » il suo svolgersi in modo da poterlo riesaminare in condizioni opportune, più favorevoli, perché esso riveli i suoi aspetti essenziali. In questo appunto consiste il « metodo sperimentale » che sta alla base dello studio della fisica.

Misura delle grandezze

La distanza fra due punti, il peso dell'acqua contenuta in un recipiente, il tempo che intercorre tra l'inizio di due distinti fenomeni, sono esempi di grandezze fisiche. Due grandezze fisiche della stessa specie (omogenee), cioè aventi le stesse caratteristiche, possono essere paragonate fra loro. Per esempio, la distanza fra due punti A e B e la lunghezza di un'asta rigida, che si assumerà come unità di misura, sono grandezze della stessa specie ed è possibile vedere quante volte l'unità di misura (o una sua parte) è contenuta nel segmento $A\ B$.

Misurare una grandezza vuol dire paragonarla con un'altra grandezza della stessa specie (unità di misura) e ricavare il numero (intero o decimale) che esprime quante volte l'unità di misura (o una sua parte) è contenuta nella grandezza data.

Unità di misura fondamentali

Una caratteristica della fisica è quella di misurare con estrema precisione le grandezze che compaiono nei fenomeni studiati.

Le unità di misura devono essere perfettamente definite ed esattamente riproducibili; inoltre non devono variare nè col tempo nè da luogo a luogo.

Tutte le unità di misura usate in fisica si possono far derivare da poche unità, dette fondamentali, perfettamente definite. È utile assumere come fondamentali le unità di lunghezza, di massa e di tempo (*). Si ottiene così un sistema assoluto di misura.

Dopo aver costruito un campione di unità di misura per le lunghezze sarà facile definire, ad esempio, l'unità di misura delle superficie: basterà considerare un quadrato avente il lato lungo quanto l'unità di lunghezza; anche l'unità di volume potrà esser fatta derivare da quella di lunghezza.

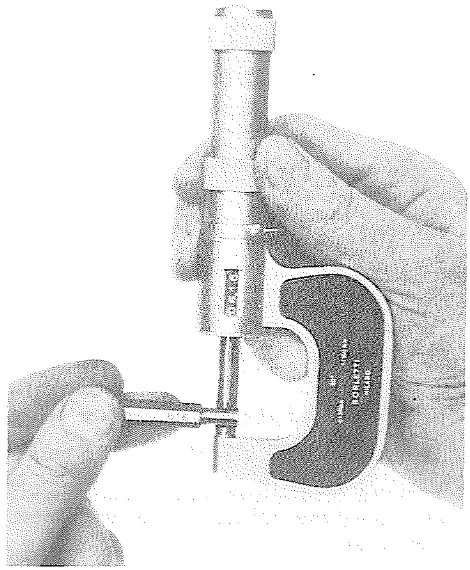
(*) Verrà in seguito definita una quarta unità fondamentale.

Unità di lunghezza

Per costruire una sbarra da usarsi come campione dell'unità di misura per le lunghezze (metro) si è cercato una sostanza che non si alteri: si è scelto il platino, fuso con una piccola percentuale di un altro metallo, l'iridio, che conferisce alla lega opportune proprietà. Essendo risultato che la sbarra, soggetta a variazioni di temperatura, varia, sia pure di pochissimo, la propria lunghezza, per maggior precisione si è anche stabilita una temperatura fissa (di « zero gradi centigradi ») alla quale la misura campione è esatta.

Il **metro** (m) è la lunghezza, alla temperatura di 0° centigradi, di una sbarra metallica di platino-iridio conservata presso Parigi, nell' Ufficio Internazionale Pesi e Misure.

Quando, ai tempi della Rivoluzione Francese, venne definita tale unità di misura, si pensò che essa corrispondesse alla quaranta-milionesima parte del meridiano terrestre, ma si commise un piccolo errore di calcolo. Ad ogni modo, per costruire copie esatte del metro, ci si serve del campione di platino citato. Sono poi a tutti noti i multipli ed i sottomultipli del metro, che fanno parte del sistema metrico decimale.



Calibro a vite (Palmer), strumento di precisione che permette di valutare misure di piccole lunghezze mediante gli spostamenti di una vite micrometrica (Borletti).

Nel capitolo dell'Ottica si vedrà che per distanze grandissime quali quelle fra la Terra e le stelle, sono usate due particolari unità: l'« anno luce » (che vale $9{,}463 \cdot 10^{15}$ m) e il « parsec » (che vale 3,26 anni luce).

Sono talora usati anche sottomultipli del millimetro come, ad esempio, il micron (si indica μ), che è la millesima parte del millimetro, cioè la milionesima parte del metro (10^{-6} m), il millimicron ($m\mu = 10^{-9}$ m) e l'angstrom ($Å = 10^{-10}$ m) (*).

Nonio. Non di rado, per valutare frazioni dell'ultima unità di misura delle lunghezze segnate su una scala, si usa il nonio. Per esempio, dato un regolo AB graduato in millimetri, si costruisce una sbarretta

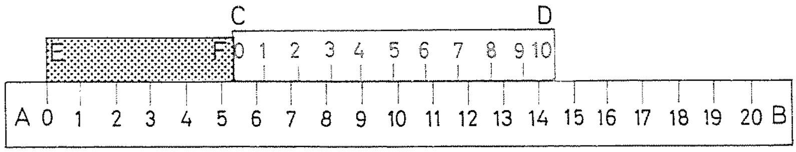


Fig. 1.

CD (nonio) sulla quale un tratto di 9 millimetri è diviso in 10 parti uguali, ciascuna quindi di ampiezza 0,9 mm. Si dispone sopra il regolo graduato l'oggetto EF, del quale si vuole misurare la lunghezza, in modo che E coincida con lo zero della scala (punto A) e si fa poi scorrere il nonio CD sul regolo stesso, in modo che il suo estremo C coincida in F con l'oggetto da misurare. Dalla figura risulta che la lunghezza approssimata di EF è 5 millimetri. Si osservi ora quale divisione del nonio coincide con una divisione del regolo; in questo caso è la 4ª, perciò la frazione da aggiungere è 4 decimi di millimetro; si ha dunque

$$\overline{EF} = 5{,}4 \text{ mm}.$$

Infatti basta tenere presente che la distanza tra due successive divisioni è 1 mm nel regolo e 0,9 mm nel nonio ed osservare che $(1 - 0{,}9)$ mm $= 0{,}1$ mm.

In generale, volendo valutare $\frac{1}{n}$ dell'ultima unità di misura del regolo, si deve costruire un nonio lungo $n - 1$ volte tale unità

(*) Per le lunghezze, va attualmente estendendosi l'impiego di una nuova unità, risultante dalla « lunghezza d'onda » della luce emessa da un particolare gas (cripto), portato all'incandescenza.

e lo si deve poi dividere in *n* parti uguali. La massima sensibilità praticamente possibile di un nonio del tipo citato è di $\frac{1}{50}$ mm.

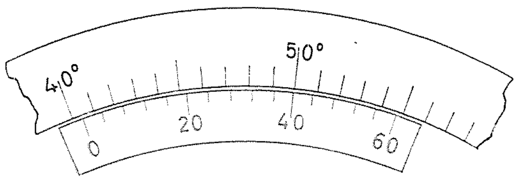
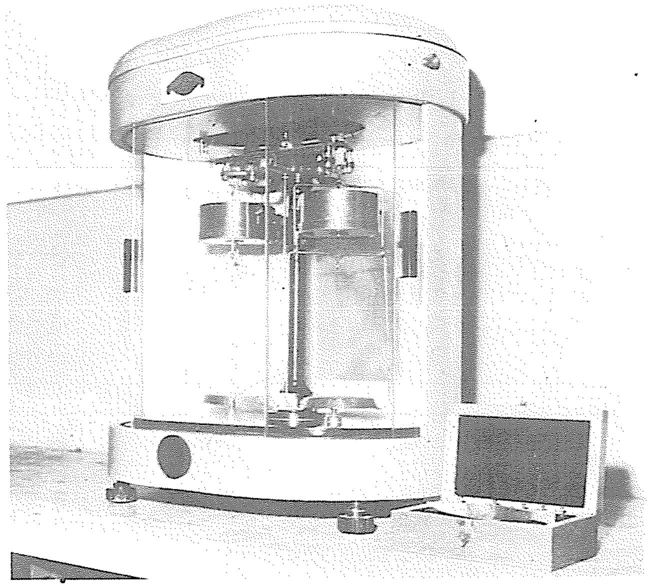


Fig. 2.

Si costruiscono anche noni circolari che, uniti a strumenti di misura degli angoli, permettono di valutare frazioni di grado (Fig. 2).

Unità di massa

Per ora si può definire intuitivamente la massa di un corpo come la quantità di materia che lo costituisce; verrà, in seguito, data una



Bilancia di precisione (Galileo).

esatta definizione di massa e risulterà in particolare la sostanziale differenza fra i due concetti di peso e massa di un corpo, anche se tali grandezze si misurano paragonandole con lo stesso campione (il chilogrammo).

L'unità di misura per le masse, detta **chilogrammo-massa** (kg_m), è la massa di un cilindro di platino conservato, presso Parigi, nell'Ufficio Internazionale Pesi e Misure.

Quando viene scaldato, il campione di massa si dilata, ma non varia la quantità di materia che lo forma; perciò nella definizione non si fa cenno alla temperatura.

I multipli e i sottomultipli del chilogrammo-massa sono quelli, ben noti, del sistema metrico decimale. (Basta aggiungere ad ogni nome la parola « massa ». Così, ad esempio, si avrà il « grammo-massa » ecc.).

Unità di tempo

Si dice giorno solare l'intervallo di tempo fra due successivi passaggi del Sole allo stesso meridiano. Poiché i giorni solari non

Moderno cronometro di precisione (Bulova).

hanno sempre lo stesso valore, si considera la media dei giorni solari di un anno, ottenendo il giorno solare medio, detto semplicemente giorno.

Un giorno si divide in 24 ore, ogni ora in 60 minuti primi ed ogni minuto primo in 60 minuti secondi. Quindi i minuti secondi contenuti in un giorno sono $60 \cdot 60 \cdot 24 = 86'400$ per cui

> il **minuto secondo** (sec) è l'86'400ma parte del giorno solare medio.

Per intervalli di tempo estremamente piccoli si suole usare il nanosecondo, che vale un miliardesimo di secondo, cioè 10^{-9} sec.

I prefissi più usati in Fisica per indicare multipli o sottomultipli di una data unità di misura sono indicati nella tabella che segue.

Nome	Simbolo	Rapporto con l'unità base
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^{9}
Mega	M	10^{6}
Chilo	k	10^{3}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

Il « Sistema Giorgi »

Il sistema di misura attualmente adottato in fisica, detto « Sistema Giorgi » o M. K. S., è costituito dalle tre unità fondamentali citate (metro, chilogrammo-massa, secondo) alle quali si unisce una quarta unità (che si incontrerà in seguito) per le misure elettriche. Qualsiasi grandezza fisica può essere misurata con le quattro unità predette o con altre unità derivate da quelle.

ESERCIZIO — In una misura di lunghezza, si è commesso l'errore di 6 mm. Avendo questo solo dato disponibile, è possibile stabilire se l'errore è rilevante o trascurabile?

Per rispondere si deve conoscere il valore della grandezza misurata: se fosse la distanza fra Roma e Tokjo la misura risulterebbe molto precisa, mentre sarebbe gravemente imprecisa se si trattasse del diametro di una vite.

GLI ERRORI NELLE MISURE

Per quanto si proceda con la massima cura e si usino strumenti sempre più precisi non è possibile eseguire misure esatte delle varie grandezze fisiche. Gli errori nelle misure possono essere sistematici o accidentali. Si dicono errori sistematici quelli dovuti ad imperfezioni degli strumenti di misura usati (difetti di scale graduate, inesattezza di campioni ecc.); tali errori si evitano perfezionando gli strumenti o applicando particolari metodi, come quello della « tara » che verrà descritto più oltre e che permette di eliminare l'inconveniente dovuto al fatto che i due bracci di una bilancia non sono perfettamente uguali.

Gli errori accidentali sono dovuti a cause fortuite e difficilmente valutabili (imperfezione degli organi di senso, maggiore o minore abilità di chi esegue la misura ecc.); a causa di questi errori, ripetendo più volte di seguito la misura della stessa grandezza con lo stesso strumento, si ottengono generalmente valori leggermente diversi tra loro. Per ridurre il più possibile l'errore commesso è utile ripetere parecchie volte la stessa misura e calcolare poi la media aritmetica dei risultati. Per esempio, se pesando più volte un dato corpo, con la stessa bilancia, si sono ottenuti i pesi 3,422 kg, 3,423 kg, 3,420 kg, 3,422 kg, 3,422 kg, 3,423 kg, il valore medio, detto pure valore più probabile, è:

$$\frac{3{,}422 + 3{,}423 + 3{,}420 + 3{,}422 + 3{,}422 + 3{,}423}{6} \text{ kg} = 3{,}422 \text{ kg}$$

Quest'ultimo peso è quello che maggiormente si approssima al valore esatto.

Nella misura delle grandezze si dice errore assoluto lo scarto fra la grandezza reale ed il risultato della misura ad essa relativa; naturalmente, non conoscendosi la grandezza reale, il concetto di errore assoluto è puramente teorico. Si introduce allora l'incertezza assoluta, data dalla semidifferenza dei valori estremi ottenuti nelle misure. È utile tuttavia considerare l'errore relativo, dato dal rapporto fra l'errore assoluto e la grandezza reale o, in sua vece, l'incertezza relativa, data dal rapporto fra l'incertezza assoluta e la media aritmetica dei valori ottenuti nelle misure.

Si supponga, per esempio, che, in una data misura di lunghezza, vi sia l'incertezza assoluta di 4 mm. Con questo solo dato non è possibile stabilire se l'errore commesso sia rilevante o trascurabile; per valutare il grado di precisione della misura si deve considerare l'incertezza relativa; per esempio se la lunghezza risultante dalla media aritmetica di diverse misure fosse di 8 km, l'incertezza relativa sarebbe

$$\frac{4}{8 \cdot 000 \cdot 000} = \frac{1}{2 \cdot 000 \cdot 000}$$

e la misura risulterebbe di estrema precisione; invece lo stesso scarto nella misura del diametro di una **ruota**, lungo 4 cm, darebbe luogo all'incertezza relativa di

$$\frac{4}{40} = \frac{1}{10} ,$$

per cui la misura sarebbe gravemente imprecisa.

Osservazione. In molti strumenti di misura, nell'eseguire una lettura sulla scala graduata, occorre evitare il cosiddetto errore di parallasse, illustrato

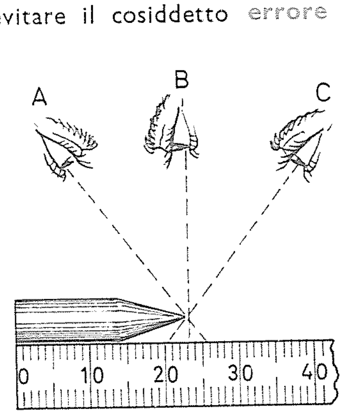
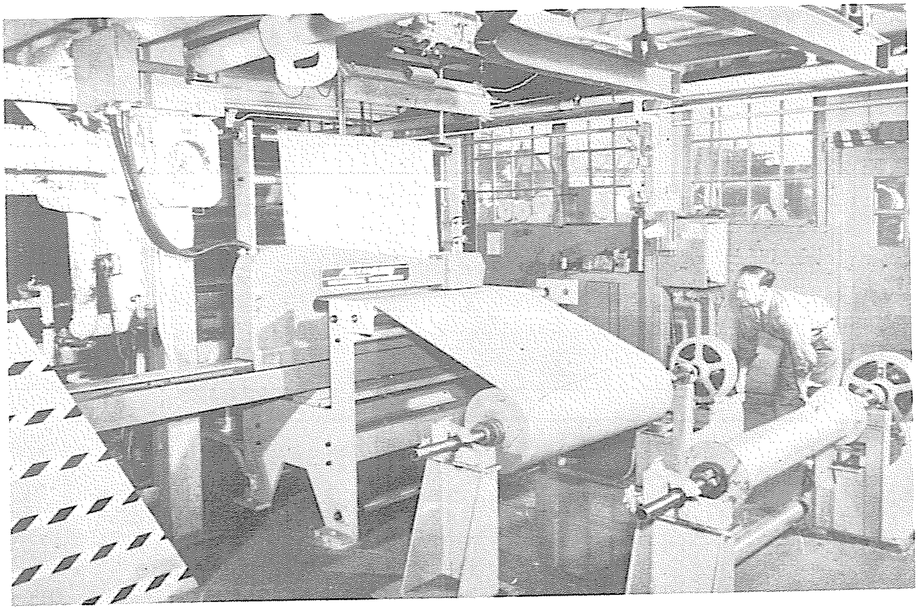


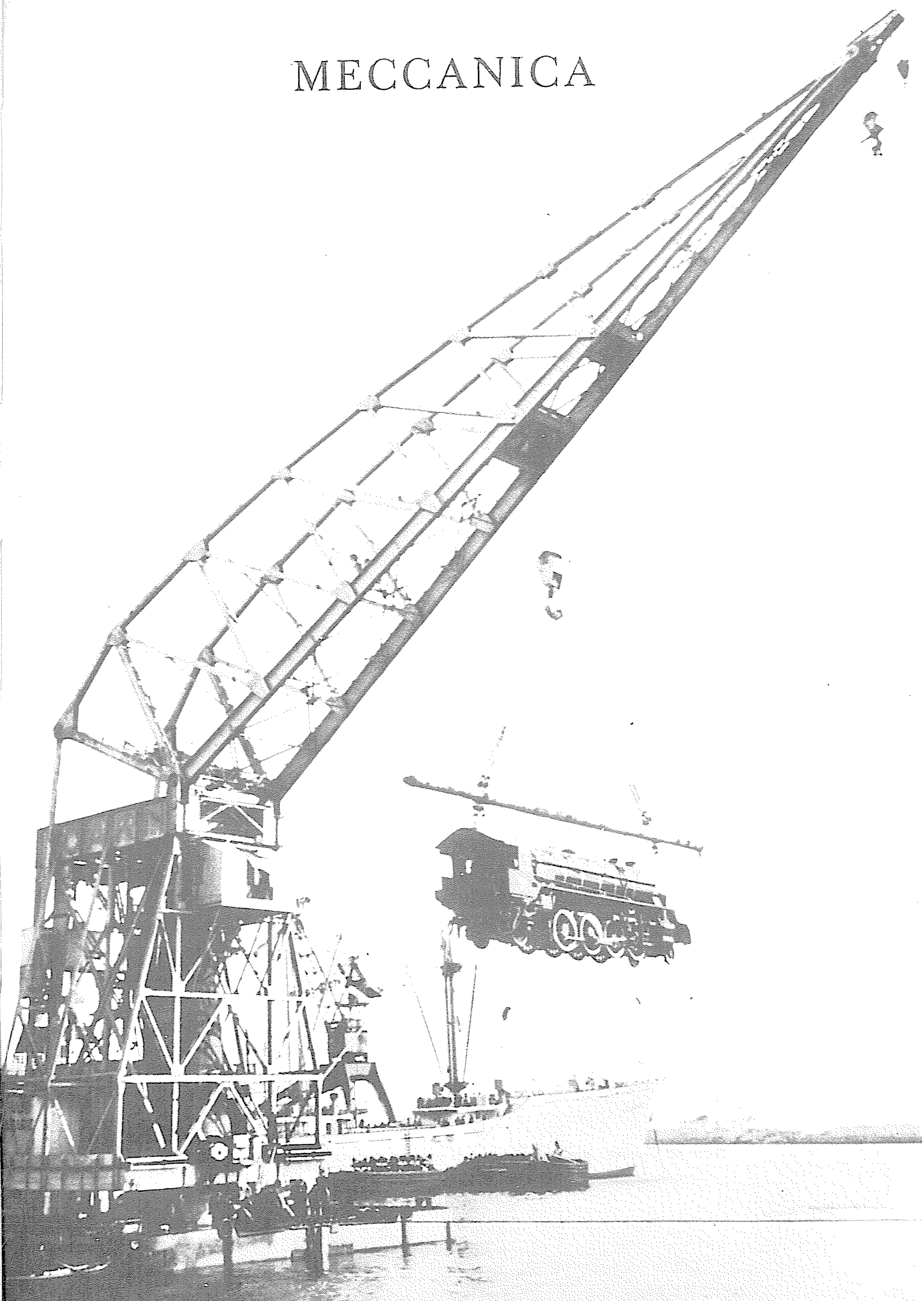
Fig. 3.

nella Fig. 3; è evidente che la lettura esatta si ottiene quando l'occhio è in B. Negli strumenti di misura si cerca di eliminare tale errore facendo in modo che l'indice scorra il più possibile vicino alla scala.



Apparecchio di precisione usato nell'industria per la misura ed il controllo di piccoli spessori («spessimetro a radioisotopi» in una grande cartiera) (Usis).

MECCANICA



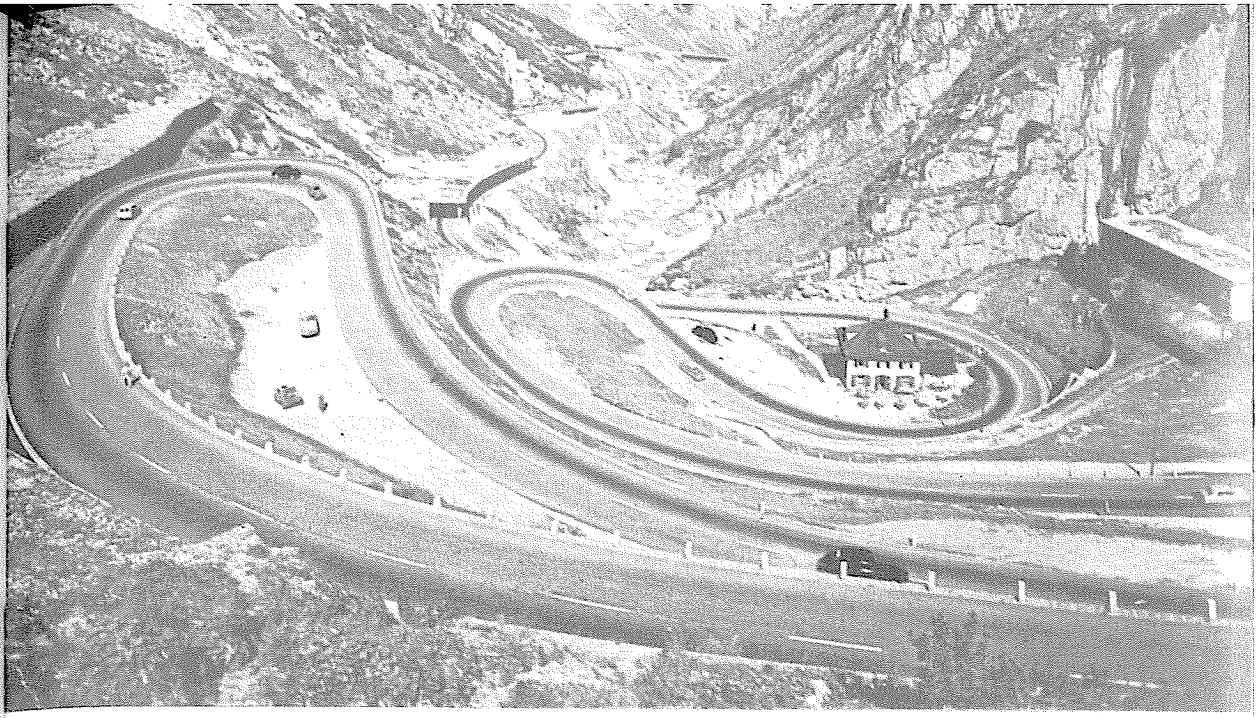
Porto di Genova: gru galleggiante di grande portata (Fototeca S. I.).

MECCANICA

Si è detto che la Meccanica studia i moti dei corpi e le cause che li generano. Per comodità di studio la Meccanica viene divisa in tre parti, secondo il seguente schema:

Meccanica →

- CINEMATICA: studia i moti dei corpi senza interessarsi delle cause che li producono.
- STATICA: studia le cause dei moti e le condizioni in cui, sotto l'azione di esse, il moto non si verifica.
- DINAMICA: studia le relazioni tra i moti dei corpi e le cause che li producono o li modificano.



Le automobili percorrono con moto vario la strada, che rappresenta la traiettoria del moto stesso.

CINEMATICA

Quiete e moto

Si consideri un'automobile (in Cinematica si dice semplicemente un corpo o un punto) ferma in una piazza; la sua posizione non varia rispetto al terreno ed agli edifici circostanti (che costituiscono un

Rifornimento in volo a mezzo di un aereo-cisterna: rispetto alla Terra i due aerei si muovono con grande velocità, mentre, l'uno rispetto all'altro, risultano praticamente immobili (Usis).

sistema di riferimento). Questo è un esempio di corpo in quiete. Un corpo è in quiete, rispetto ad un dato sistema di riferimento, quando, col passare del tempo, non varia la sua posizione rispetto a tale sistema; in caso contrario si dice che il corpo è in moto.

È facile capire l'importanza del sistema di riferimento; basti pensare, per esempio, che un passeggero seduto in un treno in corsa è in quiete rispetto allo scompartimento che lo ospita, ma è in moto rispetto al terreno circostante.

Elementi di un moto

Si supponga ora che l'automobile citata cominci a muoversi e, in un certo numero di minuti (tempo), percorra un determinato tratto di strada (traiettoria del moto) la cui lunghezza, in fisica, assume il nome di spazio (però sarebbe più esatto dire « lunghezza della traiettoria percorsa »).

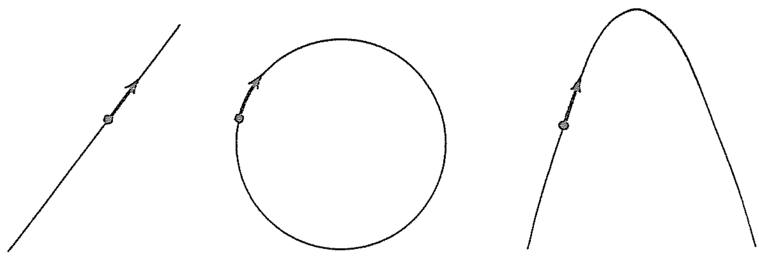


FIG. 4 – Esempi di traiettorie: rettilinea, circolare, parabolica.

Si dice **traiettoria** la linea descritta da un punto in moto; la lunghezza della traiettoria costituisce lo spazio percorso.

Se il punto si muove in linea retta la traiettoria è rettilinea, altrimenti è curvilinea (circolare, parabolica ecc.).

Un altro elemento che caratterizza il moto di un corpo è la velocità, di cui si parlerà più avanti.

Moto uniforme

Si consideri il moto di un treno su un tratto di ferrovia rettilineo e pianeggiante, lontano dalle stazioni: il treno percorra, per esempio, 2 km ogni minuto primo, 4 km ogni 2 minuti, 6 km ogni 3 minuti ecc. Tale moto è detto uniforme.

> Si dice che un punto si muove di moto uniforme quando percorre spazi uguali in tempi uguali, comunque piccoli.

Si può affermare che è uniforme il moto della lancetta dei secondi di un orologio perché fa un giro ogni 60 secondi, mezzo giro ogni 30 secondi, $\frac{1}{4}$ di giro ogni 15 secondi? Tale lancetta procede a scatti: perciò in tempi molto piccoli, uguali fra loro, gli spazi percorsi non sono uguali e il moto non è uniforme.

Dall'esempio del treno risulta che, nel moto uniforme, per percorrere spazi doppi, tripli, ..., occorrono tempi doppi, tripli, ..., cioè che è costante il rapporto fra gli spazi percorsi ed i tempi impiegati a percorrerli. Infatti, nell'esempio citato è:

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \ldots$$

> Il rapporto costante tra lo spazio (s) percorso ed il tempo (t) impiegato a percorrerlo è detto **velocità** (v) del moto uniforme.

Vale dunque la seguente formula:

$$\boxed{v = \frac{s}{t}}, \tag{1}$$

da cui si ricava:

$$\boxed{s = v\,t}. \tag{2}$$

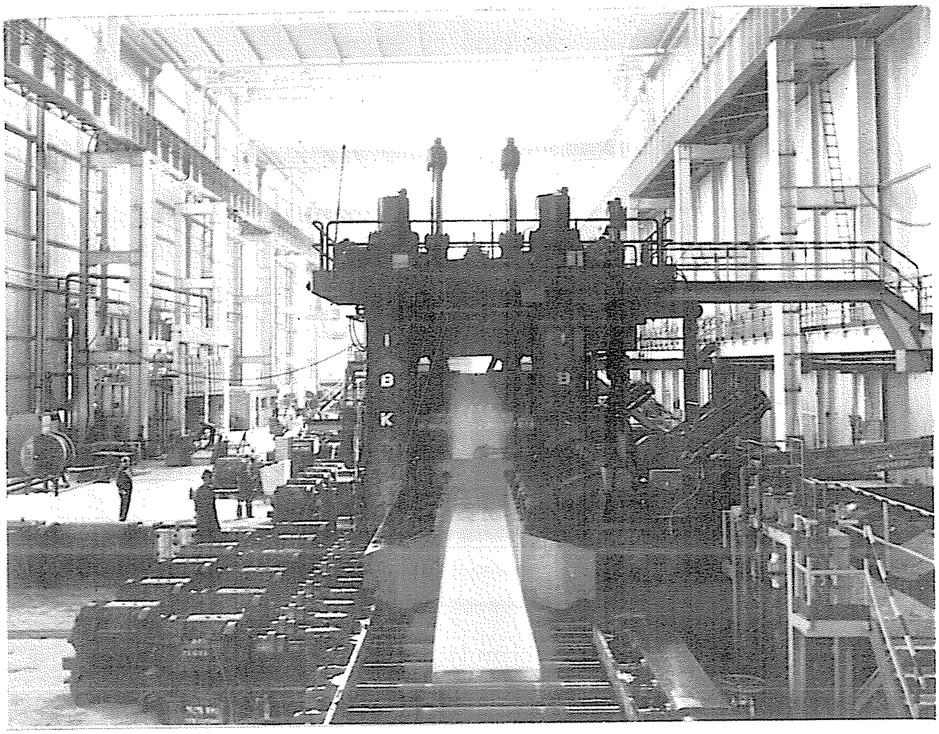
Tradotta nel linguaggio comune, questa formula esprime la seguente legge del moto uniforme:

> nel moto uniforme, lo spazio percorso è direttamente proporzionale al tempo impiegato a percorrerlo.

Dalla (2) si ricava:

$$\boxed{t = \frac{s}{v}}, \qquad (3)$$

che permette di calcolare il valore del tempo impiegato da un punto a percorrere lo spazio s con la velocità costante v.



Realizzazione nella tecnica di un moto praticamente uniforme: il metallo laminato avanza trascinato dal moto di appositi rulli (Terni).

Unità di misura per le velocità

Nella (1) compaiono due grandezze, lo spazio e il tempo, che possono essere misurate, rispettivamente, con il metro (m) ed il secondo (sec), cioè con due unità fondamentali; ponendo allora $s = 1$ m e $t = 1$ sec si ottiene:

$$v = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ sec}}, \text{ cioè } v = 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

L'unità di misura per le velocità è la velocità di un punto che, muovendosi con moto uniforme, percorre 1 metro ogni minuto secondo; tale unità è detta «**metro al secondo**» e si indica $\frac{m}{sec}$.

Nella pratica sono usate anche altre unità: per esempio il chilometro all'ora $\left(\frac{km}{ora}\right)$.

ESERCIZIO – Un aeroplano vola alla velocità di 400 m/sec; quale è la sua velocità in km/ora?

Poichè un'ora vale 3600 secondi, lo spazio percorso in un'ora sarà

$$(400 \cdot 3600)\ m\,;$$

volendo esprimere tale spazio in km basterà dividere per 1000 ottenendo:

$$(400 \cdot 3{,}6)\ km.$$

Perciò sarà

$$400\ m/sec = (400 \cdot 3{,}6)\ km/ora = 1440\ km/ora.$$

Nell'esercizio precedente è risultato un utile numero fisso: 3,6. Volendo passare dalla misura di una data velocità in $\frac{m}{sec}$ alla misura della stessa velocità in $\frac{km}{ora}$ si deve moltiplicare la misura data per il numero 3,6; per il passaggio inverso si deve dividere per lo stesso numero 3,6.

ESERCIZIO – Un corpo, che si muove con moto uniforme, impiega 3 ore a percorrere 75 km. Quanti km percorre in 5 ore? Quanto tempo impiega a percorrere 100 km?

La (1) *permette di ricavare la velocità:*

$$v = \frac{75}{3}\ km/ora = 25\ km/ora.$$

Dalle (2) *e* (3) *risulta:*

$$s = (25 \,.\, 5)\; km = 125\; km,$$

$$t = \frac{100}{25}\; ore = 4\; ore.$$

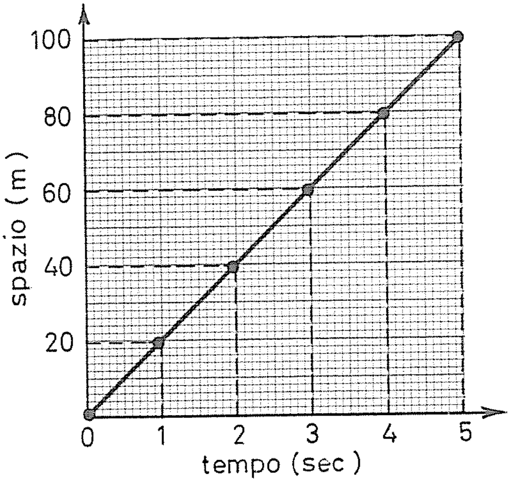


Fig. 5.

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA

Si supponga di aver misurato gli spazi percorsi da un punto, che si muove con moto uniforme, dopo 1, 2, 3... minuti secondi dall'inizio del moto e di aver compilato la presente tabella numerica:

tempo (in sec)	spazio (in metri)
1	20
2	40
3	60
4	80
5	100

Usando della « carta millimetrata » è possibile rappresentare con punti, disposti come indicato nella Fig. 5, le successive coppie di valori della tabella numerica; unendo i successivi punti si ottiene il cosiddetto diagramma spazio-tempo del moto considerato.

È facile constatare che tale diagramma, quando il moto è uniforme, è un segmento di retta.

Nella Fig. 6 sono rappresentati due moti uniformi dei quali il secondo inizia 30 minuti dopo il primo, ma ha velocità maggiore. Se questi diagrammi rappresentassero il moto di due automobili che partono dalla stessa città e percorrono la stessa strada si potrebbe subito dire che i due veicoli si incontrerebbero a circa 120 km dal punto di partenza.

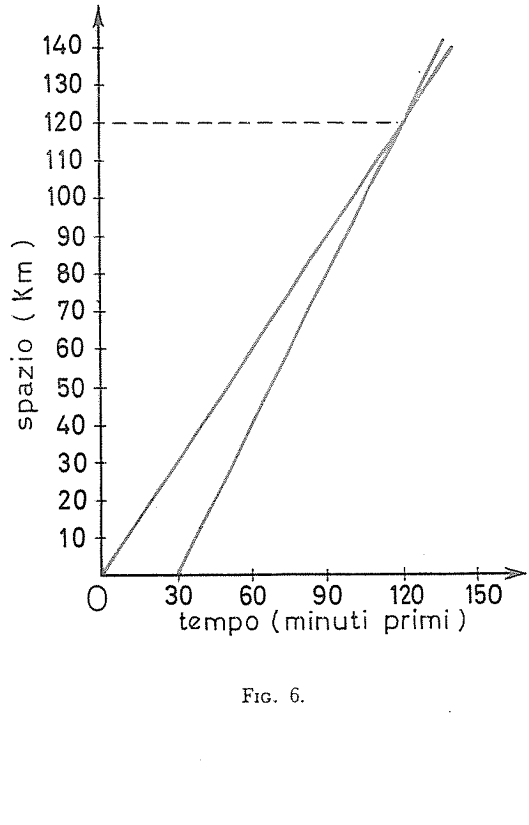


Fig. 6.

ESERCIZIO - Un ciclista, partendo da A e mantenendo la velocità costante di $25 \frac{km}{ora}$, insegue e raggiunge in C un podista, partito un'ora prima da B, che marcia alla velocità di $8 \frac{km}{ora}$; essendo noto che la distanza tra A e B è 10 km, calcolare la lunghezza del tratto di strada percorsa dal ciclista.

Indicando con x lo spazio (in km) che il ciclista percorre e con y il tempo (in ore) che lo stesso impiega per raggiungere il podista, si ha il sistema, ottenuto applicando la (2):

$$\begin{cases} x = 25\,y \\ (x - 10) = 8\,(y + 1). \end{cases}$$

Il problema può anche essere risolto graficamente, disegnando i diagrammi dei due moti uniformi considerati e determinando le coordinate del loro punto di incontro.

Grandezze scalari e vettoriali

Sono dette scalari quelle grandezze (per esempio i tempi) che possono essere perfettamente individuate dalla loro misura. Si pensi invece ad un aereo che, partendo da Roma, voli sempre in linea retta alla velocità costante di 1000 km/ora; sarà possibile affermare, per esempio, che dopo 30 secondi l'aereo avrà percorso 500 km, ma non si potrà determinare la sua posizione, non essendo noti la direzione ed il verso del moto. Dunque una velocità non è perfettamente individuata dalla sua misura, ma occorre conoscerne pure la direzione ed il verso. La direzione della velocità di un punto mobile P è legata alla traiettoria del moto del punto stesso; precisamente la direzione della velocità in un dato istante è quella della tangente alla traiettoria nel punto occupato da P in detto istante (naturalmente se la traiettoria è una retta la direzione della velocità coincide con essa). Il verso della velocità è quello definito dal senso del moto.

Si incontreranno in seguito altre grandezze che, come la velocità, oltre ad avere una misura rispetto ad una determinata unità (intensità o modulo) hanno una direzione ed un verso: sono dette grandezze vettoriali e si rappresentano mediante un segmento orientato (vettore); la sua lunghezza indica l'intensità, la retta a cui appartiene la direzione e la freccia il verso. Per far notare il carattere vettoriale di una grandezza

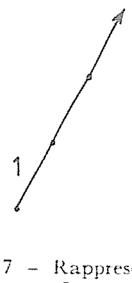


FIG. 7 - Rappresentazione grafica di una grandezza vettoriale.

se ne scrive il simbolo sormontato da una piccola freccia, per esempio: $\vec{v}$; la stessa lettera, priva della freccia, indica il modulo del vettore. Tuttavia sovente, per comodità di scrittura, quando non sussiste possibilità di equivoco, tale segno indicatore viene omesso.

Per determinare la posizione finale di un punto in moto non è sufficiente sapere, ad esempio, che è partito da A ed ha percorso un tratto rettilineo di data lunghezza s, ma è indispensabile conoscere anche la direzione ed il verso del moto; ne risulta che anche gli spostamenti sono grandezze vettoriali.

Composizione dei movimenti

Si consideri un motoscafo che stia attraversando un fiume (Fig. 8); esso è soggetto a due moti: uno perpendicolare alla riva, dovuto alla velocità $\vec{v}_1$ impressa dall'elica, ed uno parallelo alla riva, dovuto alla velocità $\vec{v}_2$, prodotta dal movimento dell'acqua che tende a trascinarlo. Perciò il motoscafo non giunge in B, ma in un certo punto B_1 la cui esatta posizione si ottiene supponendo che i due moti avvengano successivamente senza influenzarsi a vicenda: per esempio, si può immaginare che prima il motoscafo si muova da A a B (supponendo immobile l'acqua) e poi da B a B_1 (per il solo effetto della corrente del fiume). In generale vale il seguente

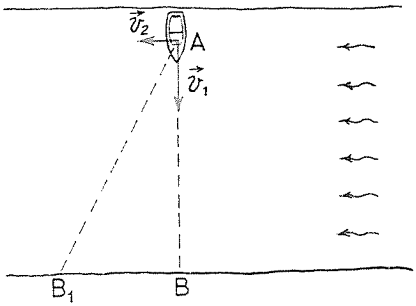


FIG. 8.

Principio della indipendenza dei moti o di Galileo. Se un punto è soggetto contemporaneamente a due o più moti, esso si trova, ad ogni istante, nella posizione che avrebbe occupato se i moti fossero avvenuti successivamente, per lo stesso tempo.

Questo Principio permette di determinare il moto risultante di due o più moti composti, come risulta dai seguenti esempi.

I. – Si considerino due moti rettilinei ed uniformi contemporanei di uguale direzione; il moto risultante è rettilineo ed uniforme, ha la direzione comune e la sua velocità è uguale alla somma o alla differenza di quelle dei moti componenti secondo che questi hanno versi uguali od opposti. In particolare, se le due velocità sono uguali ma di versi opposti, la velocità risultante è nulla ed il corpo rimane immobile. Ciò si verificherebbe, per esempio, se una persona scendesse su una scala mobile con la stessa velocità con cui la scala stessa si sposta in verso opposto.

II – Si considerino due moti rettilinei ed uniformi contemporanei aventi rispettivamente direzioni $O\,M$ (con velocità $\vec{v}_1$) ed $O\,N$ (con velocità $\vec{v}_2$).

Si può supporre che i due moti avvengano separatamente; dopo 1 sec per effetto del primo moto il punto si troverà per esempio in A_1 (essendo

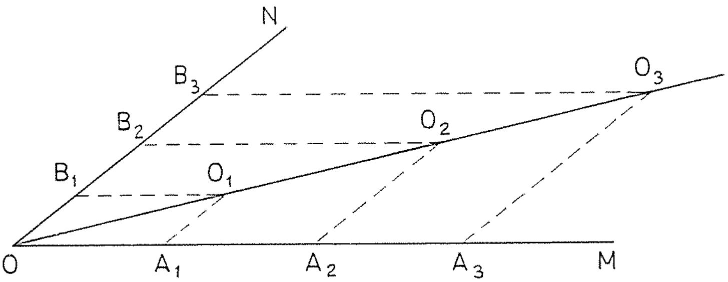


FIG. 9.

$\overrightarrow{O\,A_1} = \vec{v}_1$); per effetto del secondo moto il punto, in 1 sec, passerà da A_1 ad O_1 (essendo $\overrightarrow{A_1\,O_1} = \vec{v}_2$); dunque, in realtà, dopo 1 sec dall'inizio del moto, il punto si troverà in O_1; dopo 2, 3,... secondi il punto occuperà rispettivamente le posizioni O_2, O_3,... Essendo $O\,A_1 = A_1\,A_2 = A_2\,A_3, \ldots$ e $O\,B_1 = B_1\,B_2 = B_2\,B_3, \ldots$ i punti $O, O_1, O_2, O_3, \ldots$ risultano allineati ed è $O\,O_1 = O_1\,O_2 = O_2\,O_3, \ldots$; quindi anche in questo caso il moto è rettilineo ed uniforme.

È interessante osservare che se i segmenti orientati $\overrightarrow{O\,A_1}$ e $\overrightarrow{O\,B_1}$ rappresentano la velocità dei due moti componenti, la diagonale $\overrightarrow{O\,O_1}$ del parallelogrammo da essi determinato rappresenta la velocità risultante in valore, direzione e verso.

Così pure, per esempio, la diagonale $\overrightarrow{O\,O_3}$ del parallelogrammo $O\,A_3\,O_3\,B_3$ rappresenta in valore, direzione e verso lo spazio percorso dopo 3 secondi.

Si vedranno in seguito altri casi.

Somma di due vettori

Il caso ora visto della composizione di due moti rettilinei ed uniformi non allineati fornisce un esempio di somma (o composizione) di grandezze vettoriali e giustifica la seguente

Regola del parallelogrammo. La somma di due vettori applicati in uno stesso punto è data dal vettore rappresentato in modulo, direzione e verso dalla diagonale del parallelogrammo avente per lati i segmenti che rappresentano i due vettori componenti ed uscente dal vertice comune.

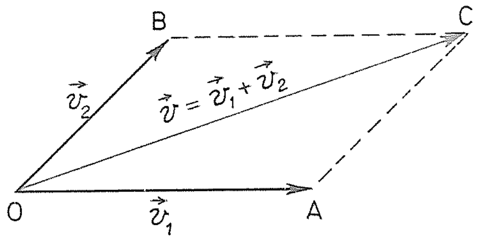


FIG. 10 – Regola del parallelogrammo relativa alla somma di due vettori $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$.

Se in particolare l'angolo $A\widehat{O}B$ formato dalle direzioni dei vettori componenti è di 0° o di 180° la somma vettoriale si riduce alla somma o differenza geometrica di due segmenti.

Somma di tre o più vettori

Si dimostra che la somma di più vettori gode delle proprietà formali associativa e commutativa dell'addizione. La somma di tre o più vettori uscenti da uno stesso punto si ottiene applicando successivamente la citata Regola del parallelogrammo (Fig. 11) oppure la equivalente

Regola del poligono. A partire da un punto qualsiasi si costruisce una spezzata con i lati paralleli, uguali e concordi ai singoli vettori dati; il lato che chiude tale spezzata, a partire dal punto considerato, rappresenta il vettore somma dei vettori considerati.

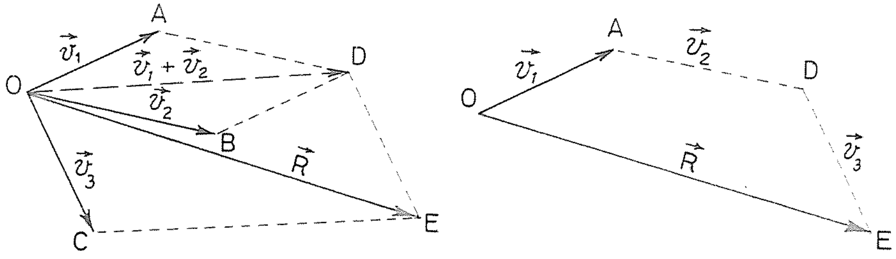
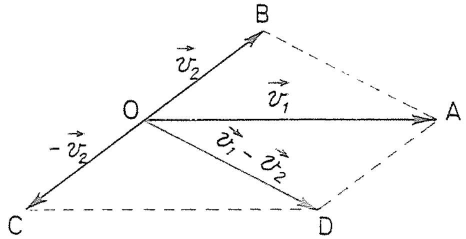


FIG. 11 – Somma di tre vettori $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ ottenuta mediante applicazione successiva della Regola del parallelogrammo (a sinistra) e della Regola del poligono (a destra).

Differenza di due vettori

Si dice vettore opposto di un dato vettore $\vec{v}$, e lo si indica con $-\vec{v}$, il vettore di uguale modulo ed uguale direzione, ma di verso opposto. Si dice differenza di due vettori $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ quel vettore $\vec{v}_3$ che sommato con $\vec{v}_2$ dà $\vec{v}_1$.



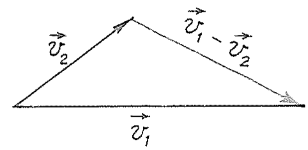


Fig. 12.

In pratica per eseguire la differenza tra due vettori basta sommare il primo con l'opposto del secondo.

Dati i vettori $\overrightarrow{OA} = \vec{v}_1$ e $\overrightarrow{OB} = \vec{v}_2$, la differenza $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ è rappresentata dal vettore $\overrightarrow{OD}$. Si osservi che OD e BA sono uguali e paralleli (perché anche $ADOB$ è un parallelogrammo) per cui $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BA}$; si ha quindi la

> **Regola del triangolo.** La differenza di due vettori applicati ad un medesimo punto è determinata dal vettore rappresentato in modulo e direzione dal terzo lato del triangolo avente per lati i vettori dati; il verso è quello dallo estremo del sottraendo all'estremo del minuendo.

Prodotto di un vettore per un numero

Si definisce prodotto di un dato vettore $\vec{v}$ per un numero reale m il vettore avente: *a*) per modulo il prodotto di m per il modulo di $\vec{v}$ e per direzione quella di $\vec{v}$; *b*) verso concorde o discorde con quello di $\vec{v}$ secondo che m è positivo o negativo. Per esempio (Fig. 13) è $\overrightarrow{CD} = -\dfrac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$.

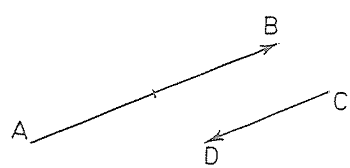


Fig. 13.

Osservazione. Se i vettori non hanno origine in uno stesso punto, si può ancora procedere come nei casi precedenti, spostando ciascun vettore parallelamente a se stesso, in modo da ottenere vettori aventi origine comune.

Scomposizione di un vettore

Il problema di scomporre un dato vettore in due vettori componenti è indeterminato, cioè può essere risolto in infiniti modi, in quanto esistono infiniti parallelogrammi di data diagonale. Sono interessanti i seguenti casi particolari.

I - Sono note le direzioni dei due vettori componenti

Siano dati il vettore $\overrightarrow{AB}$ e le direzioni m ed n (Fig. 14).

Si conducano da B le parallele alle rette m ed n determinando i punti M ed N; i vettori cercati sono $\overrightarrow{AM}$ ed $\overrightarrow{AN}$.

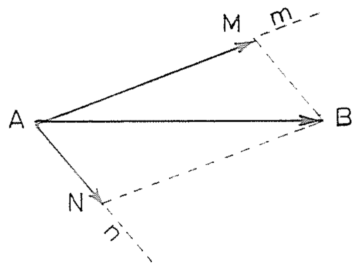


Fig. 14.

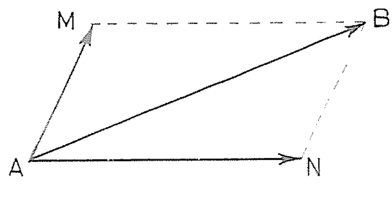


Fig. 15.

II - È noto uno dei vettori componenti

Siano dati il vettore $\overrightarrow{AB}$ ed uno dei suoi vettori componenti, $\overrightarrow{AN}$ (Fig. 15); congiunto N con B si conducano da A la parallela ad NB e da B la parallela ad AN e sia M l'intersezione delle rette tracciate; $\overrightarrow{AM}$ è l'altro vettore componente.

Velocità media e velocità istantanea

Si supponga che un corridore ciclista percorra, in 2 ore, una strada lunga 72 km, parte in pianura e parte in salita; si può ricavare la cosiddetta velocità media v_m del ciclista calcolando la velocità che egli avrebbe se percorresse, nello stesso tempo, con moto uniforme, lo stesso numero di chilometri; basta dunque applicare la (1):

$$v_m = \frac{72}{2} \, \frac{\text{km}}{\text{ora}} = 36 \, \frac{\text{km}}{\text{ora}}.$$

Si dice **velocità media** la velocità che un punto in moto non uniforme avrebbe se percorresse, con moto uniforme, lo stesso spazio nello stesso tempo.

Si è visto che la velocità è una grandezza vettoriale; tuttavia, per ora, verrà considerato solo il suo modulo, prescindendo dalla sua direzione e dal suo verso.

Indicando con $s_2 - s_1 = \Delta s$ un generico spostamento e con $t_2 - t_1 = \Delta t$ l'intervallo di tempo in cui tale spostamento avviene, la velocità media relativa a tale intervallo sarà

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Si supponga poi che un ciclista impieghi più ore a percorrere un tragitto pianeggiante, ma comprendente una breve, erta salita; se interessa conoscere la velocità con la quale il ciclista percorre il solo tratto di salita, non si deve calcolare la velocità media relativa all'intero tragitto, ma occorre considerare un intervallo di tempo assai piccolo ed opportunamente scelto. In generale, per avere una idea esatta della velocità di un dato corpo in moto non uniforme in tempi successivi, occorre considerare la cosiddetta velocità istantanea. Si dice velocità in un certo istante di un corpo in moto la velocità media relativa ad un intervallo di tempo estremamente piccolo, comprendente l'istante considerato.

Quando l'intervallo di tempo Δt diviene sempre più piccolo, tanto da avvicinarsi sensibilmente al valore zero (si dice che « tende a zero » e si scrive $\Delta t \to 0$), lo spazio Δs si avvicina anch'esso al valore zero; la frazione $\frac{s}{t}$ non si annulla, ma si avvicina sempre più ad un determinato valore (detto « limite del rapporto $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ »,) che rappresenta la velocità all'istante. Perciò si dice che la velocità istantanea v è il limite a cui tende la velocità media $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ quando l'intervallo di tempo Δt tende a zero; ciò si esprime scrivendo

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}}\ .$$

Per indicare una variazione infinitamente piccola di una grandezza x variabile, si fa uso del simbolo dx; indicando allora con ds uno spazio infinitamente piccolo e con dt il corrispondente tempo infinitamente piccolo impiegato a percorrerlo, la formula precedente diventa

$$\boxed{v = \frac{ds}{dt}}\ . \quad (*)$$

Quando si parla di velocità di un moto vario, senza alcuna ulteriore precisazione, ci si riferisce alla sua velocità in un dato istante.

ESERCIZIO - Lo spazio s percorso da un punto in un tempo t è espresso dalla relazione $s = 5 + 3\,t^2$; calcolare la velocità in un dato istante.

Lo spazio percorso nel tempo $t + dt$ sarà:

$$s + ds = 5 + 3\,(t + dt)^2 = 5 + 3\,t^2 + 6\,t\,dt + 3\,(dt)^2;$$

perciò

$$s + ds - s = ds = 6t\,dt + 3\,(dt)^2$$

e quindi

$$v = \frac{ds}{dt} = 6t + 3\,dt.$$

Poiché dt è una quantità che «tende a zero» ed è quindi praticamente trascurabile, la velocità risulta

$$v = 6\,t.$$

(*) Questi concetti, qui semplicemente accennati, saranno meglio chiariti nel programma di matematica delle classi successive; tale formula si esprimerà affermando che « la velocità istantanea è la *derivata* dello spazio rispetto al tempo ».

Moto vario

Un'automobile che accelera in pianura e rallenta nelle curve ed all'arrivo, una pallina che cade nell'aria o che rotola lungo un piano inclinato, costituiscono esempi di moti nei quali la velocità non è costante. Si dice che un punto si muove con moto vario quando percorre spazi diversi in tempi uguali, cioè quando il modulo della sua velocità non è costante.

Moto naturalmente accelerato

Si consideri un particolare caso di moto vario: quello di una pallina che rotoli su un piano inclinato partendo dalla quiete.

La sua velocità dopo 1 secondo sia $3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$; dopo 2 secondi sia doppia, cioè $6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$; dopo 3 secondi tripla, cioè $9 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ e così di seguito. In questo caso l'aumento di velocità ad ogni secondo è costante. Questo è un esempio di moto « naturalmente accelerato ».

> Il moto di un punto, che parte dalla quiete, si dice naturalmente accelerato se la sua velocità aumenta di quantità uguali in tempi uguali, comunque piccoli.

Nell'esempio citato è costante il rapporto tra le velocità raggiunte dopo 1, 2, 3, ... secondi ed i corrispondenti tempi:

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \ldots;$$

ciò caratterizza il moto naturalmente accelerato.

> Il rapporto costante tra la velocità v acquistata dopo il tempo t dall'inizio del moto e il tempo t stesso è detto **accelerazione** a del moto naturalmente accelerato.

Quindi è:

$$\boxed{a = \frac{v}{t}} \quad . \tag{4}$$

Anche l'accelerazione, essendo una variazione di velocità, è una grandezza vettoriale di cui, tuttavia, verrà per ora considerato solo il modulo.

Dalla (4) si ricava

$$\boxed{v = a\,t} \quad , \tag{5}$$

che esprime la

Prima legge del moto naturalmente accelerato: la velocità acquistata dopo un determinato tempo t è direttamente proporzionale al tempo stesso.

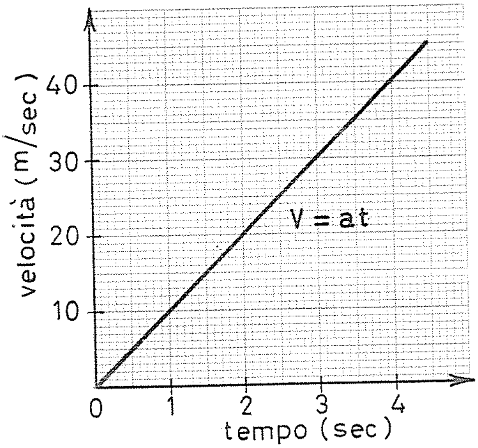


FIG. 16 - Diagramma velocità-tempo in un moto naturalmente accelerato.

Nel caso di un corpo che, partendo dalla quiete, si muove con moto naturalmente accelerato, la velocità iniziale è nulla, mentre quella finale è data dalla (5). La velocità media v_m sarà la media aritmetica tra la velocità iniziale e quella finale, cioè:

$$v_m = \frac{0 + a\,t}{2} = \frac{a\,t}{2} \; .$$

Considerando la velocità media, per ricavare lo spazio percorso dopo t secondi, si può applicare la nota formula del moto uniforme: $s = vt$; si ricava:

$$s = \frac{at}{2} \cdot t \quad \text{ossia}$$

$$\boxed{s = \frac{1}{2} a t^2} \quad . \qquad (6)$$

Questa formula esprime la

Seconda legge del moto naturalmente accelerato: lo spazio percorso è direttamente proporzionale al quadrato del tempo impiegato a percorrerlo.

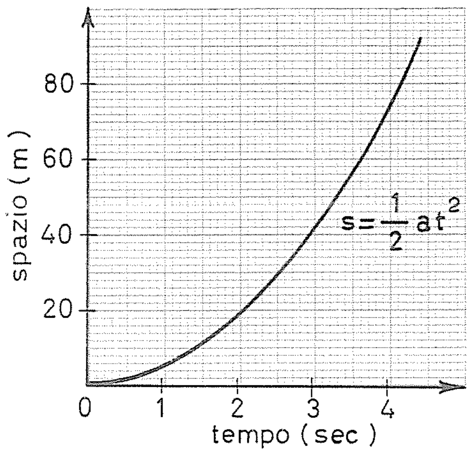


FIG. 17 – Diagramma spazio-tempo in un moto naturalmente accelerato.

Dalla (6) si ricava:

$$t^2 = \frac{2s}{a}\ ;\ t = \sqrt{\frac{2s}{a}}\ .$$

(Nell'ultima formula si deve scartare il valore negativo della radice).

Sostituendo nella (5) a t il valore ora ottenuto si ha:

$$v = a \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{a^2 \cdot \frac{2s}{a}} \quad \text{ossia}$$

$$\boxed{v = \sqrt{2as}}\,, \tag{7}$$

quindi:

nel moto naturalmente accelerato la velocità è direttamente proporzionale alla radice quadrata dello spazio percorso.

Accelerazione media e accelerazione istantanea

Analogamente a quanto detto per la velocità media, si definisce accelerazione media a_m il rapporto tra la variazione della velocità $v_2 - v_1 = \Delta v$ e l'intervallo di tempo $t_2 - t_1 = \Delta t$ in cui tale variazione avviene; cioè

$$\boxed{a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}\,.$$

Il valore dell'accelerazione media relativo ad un intervallo di tempo estremamente piccolo è l'accelerazione istantanea; cioè l'accelerazione istantanea è il limite a cui tende l'accelerazione media quando l'intervallo di tempo tende a zero; conservando la notazione precedentemente vista si può dunque scrivere

$$\boxed{a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}}\,.$$

Unità di misura per l'accelerazione

Per definire l'unità di misura per l'accelerazione si può porre nella (4) $v = 1 \dfrac{\text{m}}{\text{sec}}$ e $t = 1$ sec; si ottiene così:

$$a = 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}} : 1 \text{ sec} = 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \cdot \frac{1}{\text{sec}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\,.$$

L'unità di misura per l'accelerazione è l'accelerazione di un punto la cui velocità aumenta uniformemente di 1 $\frac{m}{sec}$ ogni secondo: si scrive $\frac{m}{sec^2}$ e si legge «metri al secondo per secondo».

Tuta «anti-g» per piloti ultrasonici: quando il corpo del pilota è assoggettato a forti accelerazioni, un opportuno dispositivo provvede a gonfiare automaticamente sacche distribuite lungo il corpo in modo da impedire, con la loro compressione, pericolosi spostamenti di organi interni ed anormale afflusso del sangue verso le estremità (Aeronautica Militare).

ESERCIZIO – Un treno, partendo dalla stazione, comincia a spostarsi con moto naturalmente accelerato e dopo 20 sec ha la velocità di 10 m/sec; calcolare l'accelerazione e lo spazio percorso. Se il moto continua ad essere naturalmente accelerato quale sarà la velocità, in km/ora, dopo 400 m dalla partenza?

Dalla (4) *si ottiene:*

$$a = \frac{10}{20}\ m/sec^2 = 0{,}5\ m/sec^2.$$

La (6) *permette poi di ricavare lo spazio percorso in 20 sec:*

$$s = \left(\frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 20^2\right) m = 100\ m.$$

La (7) permette di ricavare la velocità dopo 400 metri dalla partenza:

$$v = \sqrt{2 \cdot 0{,}5 \cdot 400}\ m/sec = 20\ m/sec.$$

Non resta che esprimere in km/ora questa velocità:

$$20\ m/sec = (20 \cdot 3{,}6)\ km/ora = 72\ km/ora.$$

Moto uniformemente accelerato

Se, nel caso particolare di moto vario caratterizzato dall'accelerazione costante, il punto non parte dalla quiete ma, nel momento in cui si cominciano a contare i tempi, possiede già una certa velocità (velocità iniziale), il moto è detto uniformemente accelerato.

> Il moto uniformemente accelerato differisce dal moto naturalmente accelerato per il fatto che esiste una velocità iniziale.

Se a è l'accelerazione costante di un punto in moto uniformemente accelerato con velocità iniziale v_0, dopo 1 secondo la velocità sarà $v_0 + a$, dopo 2 secondi $v_0 + 2\,a$, dopo 3 secondi $v_0 + 3\,a$ e dopo t secondi:

$$\boxed{v = v_0 + a\,t} \quad . \tag{8}$$

Questa formula permette di ricavare la velocità in un dato istante quando siano note la velocità iniziale e l'accelerazione.

Con lo stesso procedimento usato per il moto naturalmente accelerato si ottiene pure la formula seguente, che permette di calcolare lo spazio percorso in un determinato tempo:

$$\boxed{s = v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2} \quad . \tag{9}$$

Moto uniformemente ritardato

Può anche darsi che, dal momento in cui si cominciano a contare i tempi, la velocità non aumenti ma diminuisca (sempre di una quantità costante nell'unità di tempo), cioè che ci sia una accelerazione negativa costante. In questo caso il moto è detto uniformemente ritardato. (Per averne un'idea basta pensare ad un sasso lanciato verticalmente verso l'alto).

Le formule relative a questo moto sono analoghe alle precedenti (basta tener presente che, in questo caso, si ha una accelerazione costante negativa $-a$):

$$\boxed{v = v_0 - a\,t} \quad ; \quad \boxed{s = v_0\,t - \frac{1}{2}\,a\,t^2} \quad . \qquad (10)$$

ESERCIZIO I - Un corpo in moto uniformemente accelerato, con velocità iniziale $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, raddoppia la propria velocità dopo aver percorso 150 m; calcolare la sua accelerazione.

Indicate rispettivamente con x e y le misure del tempo (in sec) impiegato dal punto per raddoppiare la velocità iniziale e della accelerazione cercata $\left(in \frac{m}{sec^2}\right)$ basta risolvere il sistema che discende dalle (8) *e* (9)

$$\begin{cases} 20 = 10 + x\,y \\ 150 = 10\,x + \frac{1}{2}\,x^2\,y \end{cases}$$

Dalla prima equazione si ricava $x = \frac{10}{y}$ e sostituendo nella seconda

$$150 = \frac{100}{y} + \frac{1}{2}\,\frac{100}{y},$$

da cui si ha $y = 1$. Quindi l'accelerazione risulta di $1\ \frac{m}{sec^2}$.

ESERCIZIO II - Un corpo viene lanciato verticalmente verso l'alto con la velocità di $29{,}4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$; calcolare la massima altezza raggiunta e la velocità posseduta dal corpo stesso allorchè, ricadendo, raggiunge il suolo. (Si trascuri la resistenza dell'aria e si supponga che il moto di salita sia uniformemente ritardato con accelerazione di $9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ e che quello di discesa sia uniformemente accelerato con accelerazione di $9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$).

Il corpo, allorché avrà raggiunto la massima altezza, si arresterà un istante, prima di ricadere; quindi, in base alla formula $v = v_0 - at$, per giungere a tale altezza impiegherà un tempo t tale che

$$29{,}4 - 9{,}8\,t = 0\,;$$

risolvendo si ottiene

$$t = 3 \ sec.$$

Sostituendo nella $s = v_0\,t - \frac{1}{2}\,a\,t^2$ si ricava che la massima altezza raggiunta è

$$h = 44{,}1 \ m.$$

Infine dalla $v = \sqrt{2\,a\,s}$ si calcola la velocità del corpo allorché giunge nuovamente al suolo

$$v_1 = 29{,}4 \ \frac{m}{sec}\,.$$

ESERCIZIO III - Lo spazio s (in metri) percorso da un punto in moto ed il tempo t (in secondi) sono legati dalla relazione $s = 3 \cdot t^2$; stabilire di che moto si tratta e calcolare la velocità acquistata dopo 10 sec.

Confrontando con la (6), *si vede che il moto è naturalmente accelerato e che risulta*

$$\frac{1}{2}\,a = 3\,\frac{m}{sec^2}\,,$$

da cui

$$a = 6\,\frac{m}{sec^2}\,.$$

Dalla (5) *si ricava la velocità dopo 10 sec dall'inizio del moto:*

$$v = 6 \cdot 10\,\frac{m}{sec} = 60\,\frac{m}{sec}\,.$$

Moto circolare uniforme

Se un punto P, percorrendo una circonferenza, descrive archi uguali in tempi uguali comunque piccoli, il moto è detto circolare uniforme; ricordando la definizione di moto uniforme, si può dire che la velocità v (velocità periferica) è il rapporto costante tra l'arco di circonferenza percorso s ed il tempo t impiegato a percorrerlo:

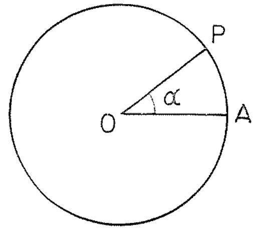


FIG. 18.

$$v = \frac{s}{t}.$$

Si dice periodo (T) del moto circolare uniforme il tempo che il punto P impiega a percorrere l'intera circonferenza; se r è la misura del suo raggio, la lunghezza della circonferenza considerata è $s = 2\pi r$. Perciò, sostituendo nella precedente formula, si ottiene:

$$\boxed{v = \frac{2\pi r}{T}}\ .$$

Si dice frequenza ν il numero di giri che il punto P compie in un secondo; per compiere un solo giro il punto impiega un tempo n volte minore, cioè è:

$$\boxed{T = \frac{1}{\nu}}\ ;$$

sostituendo nella formula precedente si ottiene:

$$\boxed{v = 2\pi r \nu}\ .$$

Mentre il punto P descrive, in t secondi, un arco $\overset{\frown}{AB}$ della circonferenza di centro O, il raggio OP descrive l'angolo al centro $\alpha = A\hat{O}B$ corrispondente.

Si dice velocità angolare l'angolo

$$\boxed{\omega = \frac{\alpha}{t}}$$

descritto dal raggio OP in un secondo.

Se gli angoli vengono misurati in gradi sessagesimali ed il periodo in secondi, la velocità angolare, misurata in gradi al secondo, risulta

$$\omega = \frac{360^\circ}{T} \; ;$$

se gli angoli vengono invece misurati in radianti (*), ω, misurato in radianti al secondo, vale

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} \, .$$

Dalla

$$v = \frac{2\,\pi\,r}{T} \, ,$$

sostituendo, si ottiene

$$\boxed{v = \omega \cdot r} \, .$$

Se ne conclude che la velocità periferica di un punto che si muove con moto circolare uniforme è misurata dal prodotto della velocità angolare, in radianti al secondo, per il raggio. Ne deriva che se è costante la frequenza di rotazione,e quindi la velocità angolare, la velocità periferica è direttamente proporzionale alla distanza del punto dal centro di rotazione.

ESERCIZIO – A quale velocità è assoggettato un punto dell'Equatore terrestre per effetto della rotazione della Terra ? Tale velocità varia se il punto si trova sempre sulla Terra, ma non sull'Equatore ?

Tenuto presente che la lunghezza dell'Equatore terrestre è 40·000·000 di chilometri e che una rotazione avviene in un giorno, cioè in 86·400 secondi, si ottiene che la velocità periferica v vale

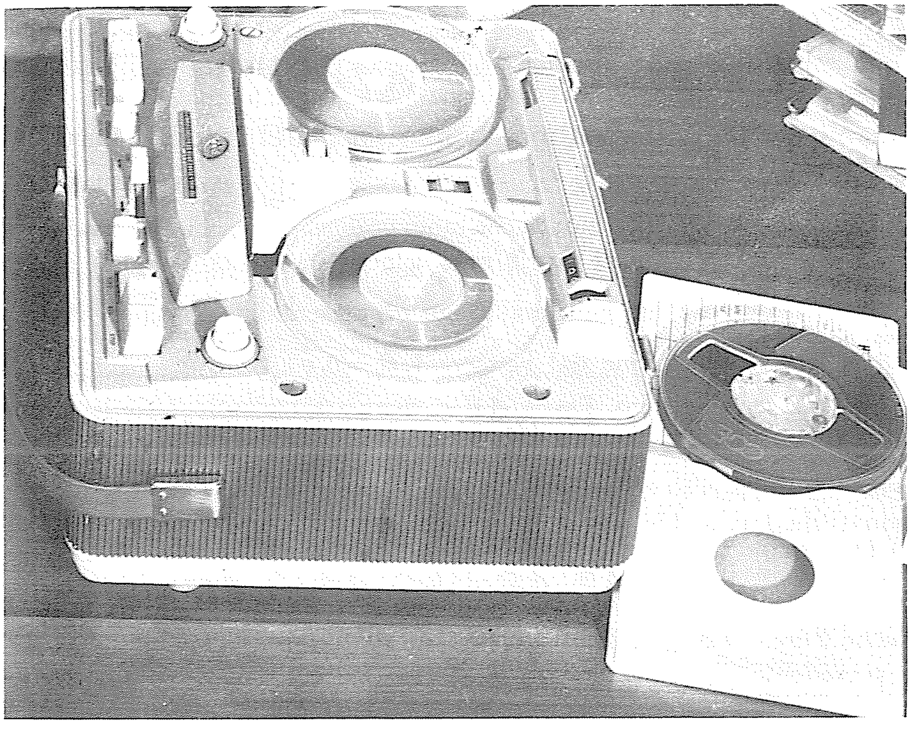
$$v = \frac{40{\cdot}000{\cdot}000}{86{\cdot}400} \, \frac{m}{sec} \simeq 463 \, \frac{m}{sec} \; ;$$

(*) Si definisce angolo di un radiante (rad) l'angolo al centro di una circonferenza corrispondente ad un arco che, rettificato, è lungo come il raggio della circonferenza stessa. Perciò si ha $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ rad; $180^\circ = \pi$ rad; $360^\circ = 2\,\pi$ rad ecc.

invece la velocità angolare ω *in radianti al secondo è*

$$\omega = \frac{2 \cdot 3{,}14}{86'400} \; \frac{rad}{sec} \simeq 0{,}0000726 \; \frac{rad}{sec} \; .$$

La velocità angolare è costante per tutti i punti della Terra (eccettuati i Poli, che sono situati sull'asse di rotazione) ; invece la velocità periferica è massima all'Equatore e diminuisce all'aumentare della latitudine.



Nel registratore magnetico, il moto di rotazione delle bobine deve essere uniforme, in modo che il moto rettilineo di scorrimento del nastro di fronte alle « testine » risulti esso pure uniforme.

Accelerazione centripeta

Un punto, che descrive la traiettoria di Fig. 19 trovandosi in A nell'istante t ed in B nell'istante $t + \Delta t$, abbia nei due successivi istanti considerati rispettivamente la velocità rappresentata dai vettori $\overrightarrow{A A_1}$ e

$\overrightarrow{BB_1}$; la differenza di questi due vettori rappresenta la variazione della velocità nell'intervallo di tempo Δt, cioè l'accelerazione media. Tale differenza vettoriale si può eseguire come indicato in figura (AC è parallelo ed uguale a BB_1); quindi l'accelerazione media è rappresentata dal vettore $\overrightarrow{A_1C}$; se Δt assume valori sempre più piccoli, cioè tende a zero, si avrà l'accelerazione istantanea. Risulta quindi che, se la traiettoria non è rettilinea, esiste una accelerazione (non nulla) anche se il moto è uniforme; tale accelerazione è diretta verso il centro di curvatura della traiettoria e viene perciò detta centripeta.

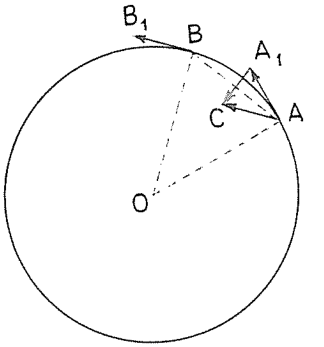


FIG. 19.

Calcolo dell'accelerazione centripeta nel moto circolare uniforme

Un punto (Fig. 19) si muova con moto uniforme e velocità di modulo v, sopra una circonferenza di raggio r; le velocità in un dato istante e quella dopo un tempo Δt (piccolissimo) siano rappresentate dai vettori $\overrightarrow{AA_1}$ e $\overrightarrow{BB_1}$ e la loro variazione dal vettore $\overrightarrow{A_1C} = \Delta \vec{v}$.

Se Δt tende a zero, l'arco $\widehat{AB}$ diviene assai piccolo e risulta praticamente uguale alla corda $\overline{AB}$. I due triangoli AOB e AA_1C sono simili essendo isosceli ed avendo uguali gli angoli $A\widehat{O}B$ e $A_1\widehat{A}C$ (poiché formati da lati a due a due perpendicolari); perciò è

$$AB : AO = A_1C : AA_1;$$

poiché l'arco $\widehat{AB}$ (praticamente uguale alla corda $\overline{AB}$) è lungo $v \cdot \Delta t$, la precedente proporzione diventa

$$v \cdot \Delta t : r = \Delta v : v,$$

da cui

$$\Delta v = \frac{v^2 \cdot \Delta t}{r};$$

dividendo ambo i membri per Δt

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}.$$

Quindi, facendo tendere Δt a zero, si ottiene che il modulo della accelerazione istantanea centripeta vale

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r}}\ .$$

Si può infine osservare che il vettore $\vec{a}_c$ è diretto verso il centro O della circonferenza. Infatti il triangolo A_1AC è isoscele sulla base A_1C, che è sempre perpendicolare alla bisettrice dell'angolo al vertice $A_1\widehat{A}C$; se Δt tende a zero, i due lati e la bisettrice, al limite, coincidono e si sovrappongono alla tangente in A; allora il vettore $\overrightarrow{AC}$ risulta perpendicolare a tale tangente e quindi è diretto verso O.

Moto armonico

Sia P un punto che ruota con moto circolare uniforme sopra una circonferenza; si consideri il piede M della perpendicolare condotta da P su un diametro AA' della circonferenza stessa. Mentre P, partendo da A, percorre l'intera circonferenza, il punto M si muove sul diametro AA' percorrendolo nei due versi da A ad A' e viceversa; se P continua a ruotare sulla circonferenza, M si muove sempre alternativamente sul segmento AA': questo moto è detto moto armonico (o anche oscillatorio semplice o pendolare). L'intero movimento da A ad A' e viceversa costituisce una oscillazione completa; il centro O della circonferenza è detto centro dell'oscillazione; la distanza di M da O, in un dato istante, è detta spostamento in tale istante; l'intervallo di tempo impiegato a compiere una oscillazione completa è detto periodo; il numero di oscillazioni compiute in un secondo costituisce la frequenza del moto armonico, mentre la lunghezza del segmento OA ne determina l'ampiezza. Si dice fase del moto armonico l'angolo α formato dal raggio OP col diametro AA' nell'istante in cui si cominciano a contare i tempi.

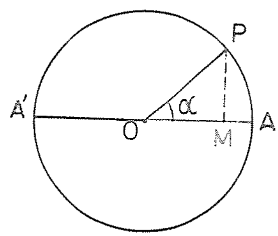


Fig. 20.

Due moti armonici possono dunque differire per il periodo, l'ampiezza, o la fase.

Risultano armonici, ad esempio, il moto di una sferetta che, sospesa ad un filo flessibile ma non estensibile, compie oscillazioni di piccola ampiezza e quello della punta di un diapason che emette un suono.

Proprietà caratteristica del moto armonico

Le proiezioni su $A\ A'$ di archi uguali della circonferenza considerata (che P, muovendosi con moto uniforme, descrive in tempi uguali) non sono sempre uguali; perciò il moto di M non risulta uniforme: precisamente, la velocità di M è massima in O (dove praticamente è uguale a quella di P) e minima agli estremi A ed A' (dove assume per un istante il valore zero). Il moto di M risulta accelerato (non uniformemente, come si vedrà) quando M si sposta dal centro O verso gli estremi e ritardato quando va dagli estremi verso il centro.

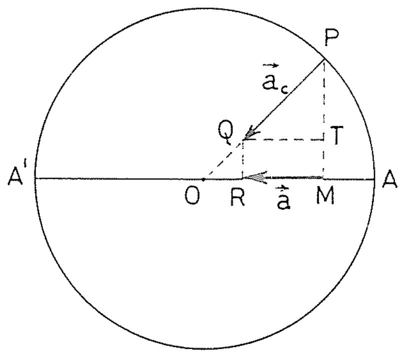


Fig. 21.

Si può calcolare l'accelerazione di M in un dato istante, data dalla proiezione su $A\ A'$ del segmento orientato che rappresenta il vettore accelerazione di P.

Se (Fig. 21) l'accelerazione centripeta è $\vec{a}_c = \overrightarrow{PQ}$, quella del moto armonico è $\overrightarrow{MR}$; dalla similitudine dei triangoli $P\ O\ M$ e $P\ Q\ T$ risulta

$$O\ M : O\ P = Q\ T : Q\ P$$

ed essendo $O\ M = s$ (spostamento), $O\ P = r$ (raggio della circonferenza), $Q\ T = R\ M = a$ (modulo dell'accelerazione del moto armonico), $Q\ P = a_c$ (modulo dell'accelerazione centripeta del moto circolare uniforme considerato), risulta

$$s : r = a : a_c\,,$$

da cui

$$a = \frac{s \cdot a_c}{r}\,.$$

Si è visto che è

$$a_c = \frac{v^2}{r}\,,$$

per cui, sostituendo,

$$a = s\,\frac{v^2}{r^2}\,.$$

Essendo costante il rapporto $\frac{v^2}{r^2}$, se ne conclude che nel moto armonico l'accelerazione è proporzionale allo spostamento.

In un moto circolare uniforme di periodo T, la velocità è

$$v = \frac{2\pi r}{T};$$

sostituendo questo valore nella formula precedente, si ottiene che l'accelerazione a del moto armonico vale $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 s$.

Per esprimere il fatto che nel moto armonico il vettore accelerazione ha sempre verso contrario al vettore spostamento dall'origine O, si deve scrivere la relazione ora dedotta col segno negativo al secondo membro, ottenendo in tal modo la formula

$$\boxed{a = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 s}\,. \qquad (11)$$

Moti armonici in fase e sfasati

Si considerino i punti P_1 e P_2 che si muovono, su due circonferenze concentriche, con uguali velocità ed i due moti armonici definiti dalle proiezioni di tali punti su una stessa retta.
Si presentano due casi.

I – I punti P_1 e P_2 sono allineati con O, cioè si trovano sullo stesso raggio (Fig. 22); allora i punti M_1 ed M_2 passano contemporaneamente per il centro O e raggiungono nello stesso istante gli estremi delle rispettive traiettorie (dalla stessa parte di O). Si dice che i due moti armonici sono in fase.

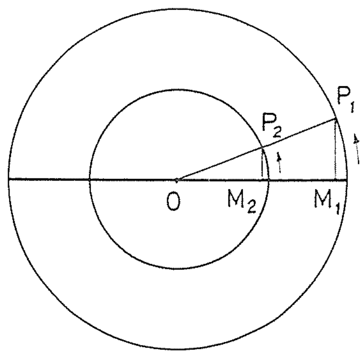


FIG. 22.

II – Se P_1 e P_2 non si trovano sullo stesso raggio, i moti armonici di M_1 ed M_2 non risultano in fase: si dice che essi sono sfasati. Precisamente si definisce sfasamento il tempo, sempre minore di un periodo, neces-

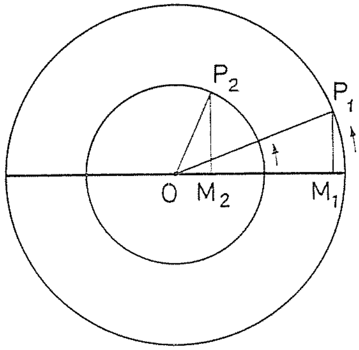


FIG. 23.

sario perché il raggio $O\,P_1$ assuma la posizione occupata, nello stesso istante, dal raggio $O\,P_2$ oppure l'angolo $\widehat{P_1 O P_2}$, misurato in gradi o in radianti.

Per esempio la Fig. 23 rappresenta due moti sfasati di $\frac{\pi}{4}$ rad, ossia di $\frac{1}{8}$ di periodo; se il verso è quello indicato nella figura, si dice che il moto di M_1 è in ritardo di $\frac{1}{8}$ di periodo rispetto all'altro (e viceversa si afferma che il moto di M_2 è in anticipo di $\frac{1}{8}$ di periodo).

Se lo sfasamento è di $\frac{1}{2}$ periodo si dice che i moti sono in opposizione di fase.

Diagramma di un moto armonico

Un moto armonico può essere graficamente rappresentato mediante una curva, detta sinusoide, ottenuta portando sull'asse delle ascisse i

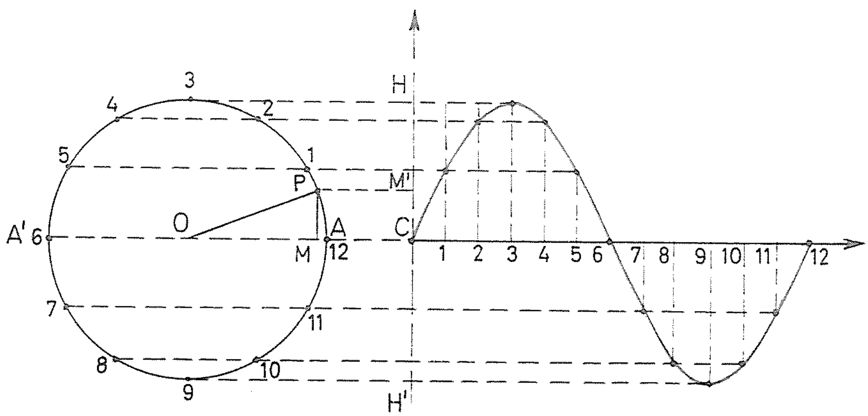
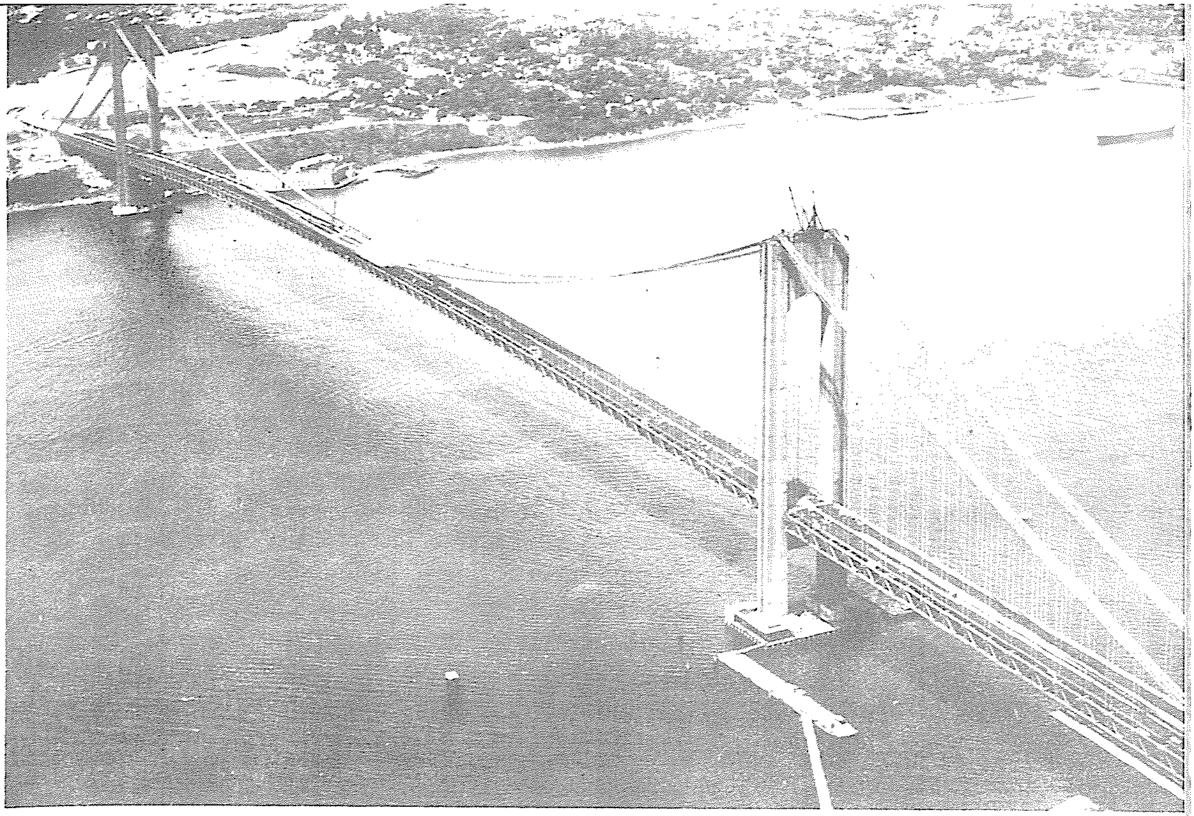


Fig. 24 – Assumendo come periodo 12 secondi, sono segnate le posizioni di P e della sua proiezione M' sull'asse delle ordinate per ogni intervallo di un secondo. Riportando poi consecutivamente sull'asse delle ascisse, a partire dall'origine C, 12 segmenti uguali, rappresentanti ciascuno l'intervallo di tempo di un secondo, si ottiene la sinusoide caratteristica del moto armonico. Dalla figura risulta che, mentre l'ampiezza degli archi percorsi da P in ogni secondo è costante, ciò non accade per i relativi tratti descritti da M', che risultano di lunghezza decrescente da C verso H ed H'.

tempi (oppure gli archi rettificati percorsi dal punto *P* in moto circolare uniforme o gli angoli descritti dal raggio vettore *O P*) e sull'asse delle ordinate le distanze del punto *M* dal centro *O* (considerate alternativamente positive o negative a seconda della posizione di *M* rispetto ad *O*).

Per chiarezza di disegno, in pratica, si può disporre il grafico come in Fig. 24, riportando le proiezioni delle singole posizioni di P sull'asse delle ordinate anzichè su un diametro della circonferenza.



Meraviglia della Statica: il ponte Verrazzano a New York (Usis).

STATICA

LE FORZE

Chi, per esempio, spinge un leggero veicolo inizialmente fermo può metterlo in moto oppure, se esso è già in movimento, farlo rallentare o accelerare o mutare la direzione del suo moto: in questi casi si sono applicate delle forze. Applica una forza anche chi tende o comprime una molla, cioè la deforma. Un corpo posato sul pavimento, pur non riuscendo a deformarlo, lo comprime, e quindi, col suo peso, esercita una forza.

Si dice **forza** qualsiasi causa capace di modificare lo stato di quiete o di moto di un corpo oppure di produrre in esso deformazioni o quanto meno di comprimerlo.

Attaccando un peso all'estremità di una molla fissata nell'altro estremo, si può notare che la molla stessa si allunga come se fosse tirata dal braccio di una persona: il peso è un caso particolare di forza.

Misura di una forza

L'ultimo esperimento descritto suggerisce un mezzo per paragonare tra loro due forze. Quando si attaccano, successivamente, pesi uguali (non troppo grandi) all'estremo inferiore della molla citata si ottengono allungamenti uguali; ciò invece non accade usando pesi diversi. Perciò quando, tirando verticalmente verso il basso col braccio, si riesce a produrre lo stesso allungamento che si verifica attaccando, per esempio, il peso di 25 kg, si può dire di avere esercitato sulla molla la forza di 25 kg.

Il già citato campione di platino-iridio del kg-massa ha ovunque la stessa massa, mentre il suo peso subisce lievi variazioni col variare della latitudine e dell'altitudine. Però, in pratica,

come unità di misura delle forze, si può usare il peso di 1 chilogrammo (kg-peso, che si indica anche kg_p).

Quando non c'è possibilità di confusione tra kg-peso e kg-massa si scrive semplicemente kg. Verrà definita in seguito l'unità del sistema Giorgi per la misura delle forze.

La forza esercitata dal vento determina il movimento delle barche e delle nubi e provoca le onde del mare.

DIAGRAMMA DEGLI ALLUNGAMENTI DI UNA MOLLA

È interessante calcolare gli allungamenti che una molla di acciaio subisce ad opera di pesi diversi. Anzitutto è opportuno attaccare all'estremo della molla un peso tale da produrre solo un piccolo allungamento; successivamente si attaccheranno nell'ordine pesi doppi, tripli ecc. prendendo nota degli allungamenti relativi in una tabella numerica come questa:

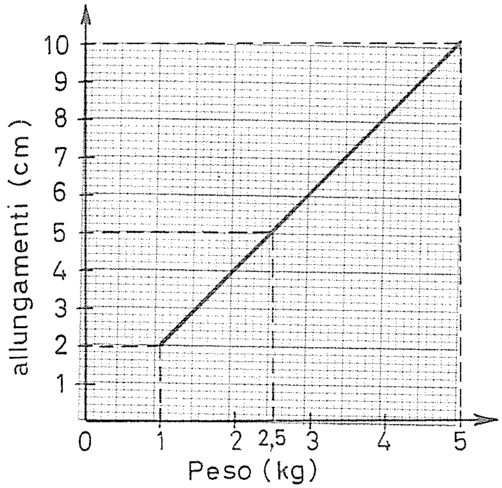


FIG. 25.

Peso (in kg)	Allungamenti (in cm)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

Si può rappresentare graficamente il fenomeno studiato disegnando, su un foglio di carta millimetrata, il diagramma degli allungamenti ed osservare che questo, entro certi limiti, è costituito da un segmento di retta; ciò permette di affermare che le deformazioni subite da una molla (ad opera di forze non troppo grandi) sono direttamente proporzionali alle forze deformanti.

È utile osservare come il diagramma permetta di ricavare, con approssimazione, l'allungamento che produrrebbe un corpo di peso compreso fra quelli usati nell'esperimento. Per esempio, la Fig. 25 mostra come si può subito sapere che il peso di 2,5 kg produrrebbe un allungamento di 5 cm.

IL DINAMOMETRO

Le forze possono essere paragonate fra loro mediante gli effetti che producono. Attaccato un piccolo indice all'estremo di una robusta molla, ben fissata ad un sostegno nell'altro estremo, si scriva 0, su una tavoletta unita

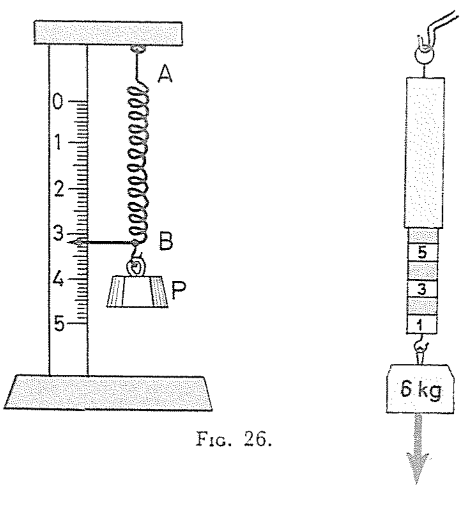


FIG. 26.

all'apparecchio, in corrispondenza della posizione dell'indice quando nessun peso tende la molla; si scriva poi, nell'ordine, 1, 2, 3, ... dove l'indice si fermerà quando si saranno attaccati all'estremità inferiore della molla i pesi di 1, 2, 3, ... chilogrammi. Si otterrà così uno strumento detto dinamometro, che potrà essere usato per misurare le forze (Fig. 26).

I dinamometri sono però scarsamente precisi perchè non si possono costruire molle perfettamente elastiche; in particolare può non essere conveniente usarli in sostituzione delle comuni bilance per le misure dei pesi.

Elementi di una forza

Si possono considerare vari elementi della forza generata, per esempio, da un trattore che tira un carro per mezzo di una fune:

1) il punto di applicazione (determinato dal punto nel quale la fune è attaccata al carro), cioè il punto del corpo sul quale la forza agisce;

2) la direzione (determinata dalla fune tesa), che è la retta lungo la quale la forza tende a far muovere il corpo (è detta anche « linea d'azione » della forza);

3) il verso o senso (determinato dal movimento del veicolo); sulla retta d'azione della forza, a partire dal punto di applicazione, vi sono due « versi » possibili tra loro opposti: il verso della forza è quello secondo il quale la forza stessa tende a far muovere il corpo;

4) l'intensità, cioè la misura della forza rispetto ad una forza unitaria che può essere il kg-peso.

Rappresentazione grafica di una forza

È possibile rappresentare graficamente una forza, per esempio quella esercitata da una persona che tiene sollevato un corpo che pesa 3 kg, mediante un vettore.

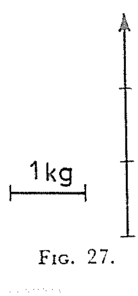


Fig. 27.

Tracciando un segmento verticale si rappresenterà la direzione della forza; mettendo un segno di freccia all'estremità superiore di tale segmento verrà rappresentato anche il verso della forza stessa. Per rappresentare l'intensità della forza considerata si dovrà fissare, a piacere, una lunghezza che rappresenti la forza di 1 kg; se si stabilirà, per esempio, che 1 cm rappresenti la forza di 1 kg, il segmento verticale con la freccia verso l'alto, per rappresentare la forza considerata, dovrà essere lungo 3 cm.

Una forza può essere sempre rappresentata da un vettore; la retta determinata dal segmento ne indica la direzione, la freccia il verso, la lunghezza del segmento (paragonata a quella di un segmento unitario) l'intensità.

Equilibrio statico

Cosa avviene se più ragazzi che fanno il tiro alla fune applicano forze di uguale intensità? La fune non si sposta affatto. Le due forze, pur

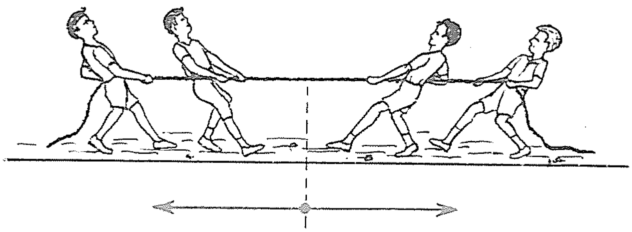


FIG. 28.

continuando ad esistere, non producono praticamente alcun effetto (se la fune è indeformabile): si dice che si fanno equilibrio.

Equilibrio statico di più forze realizzato dallo scalatore, che si mantiene fermo sulla vetta.

In generale, si dice che due o più forze si fanno equilibrio quando, applicate ad un corpo fermo e non deformabile, non alterano il suo stato di quiete.

Composizione di forze allineate

I due ragazzi qui raffigurati, che tirano insieme un carretto mediante un'unica fune, producono due forze applicate nello stesso punto ***P*** ed

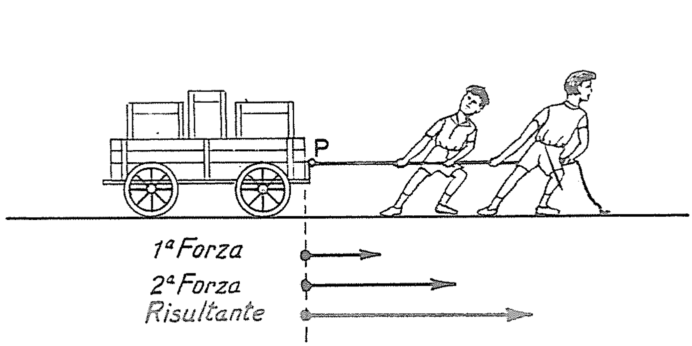


Fig. 29.

aventi la stessa direzione e lo stesso verso. Il carretto si muoverà come se nel suo punto ***P***, al posto delle due forze predette (componenti), fosse applicata un'unica forza (risultante) avente la stessa direzione, lo stesso verso ed una intensità uguale alla somma delle intensità delle componenti.

Si dice **risultante** di due o più forze (componenti) quella forza che produce lo stesso effetto delle altre forze unite.

La ricerca della risultante di due o più forze costituisce la composizione delle forze stesse.

La risultante di due forze applicate in un punto ed aventi la stessa direzione e lo stesso verso, ha la direzione ed il verso delle componenti; la sua intensità è la somma delle intensità delle componenti.

Il gioco del « tiro alla fune » è un esempio di forze aventi la stessa linea d'azione (direzione), ma versi contrari. Già si è detto che cosa avviene se le forze hanno uguale intensità; in questo particolare caso l'intensità della risultante è nulla, perché le intensità delle due componenti

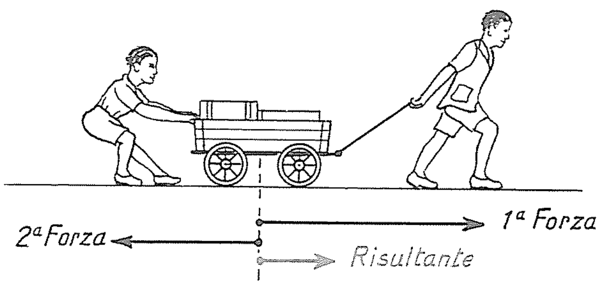


Fig. 30.

si sottraggono: perciò, in pratica, è come se non ci fosse alcuna forza, cioè si è in condizioni di equilibrio. Se le due forze hanno intensità diverse la fune si sposta nel verso della forza maggiore come se fosse sottoposta ad un'unica forza di intensità uguale alla differenza delle intensità delle due forze applicate.

La risultante di due forze applicate ad un punto ed aventi la stessa direzione, ma versi contrari, ha la direzione comune delle due componenti ed il verso della maggiore; la sua intensità è la differenza delle intensità delle componenti. In particolare, se le componenti hanno intensità uguali (forze uguali e contrarie), la risultante ha intensità nulla e si è in condizioni di equilibrio.

Composizione di due forze concorrenti ad angolo

I rimorchiatori che trascinano la nave indicata nella figura generano due forze aventi direzioni diverse, applicate nello stesso punto; la nave

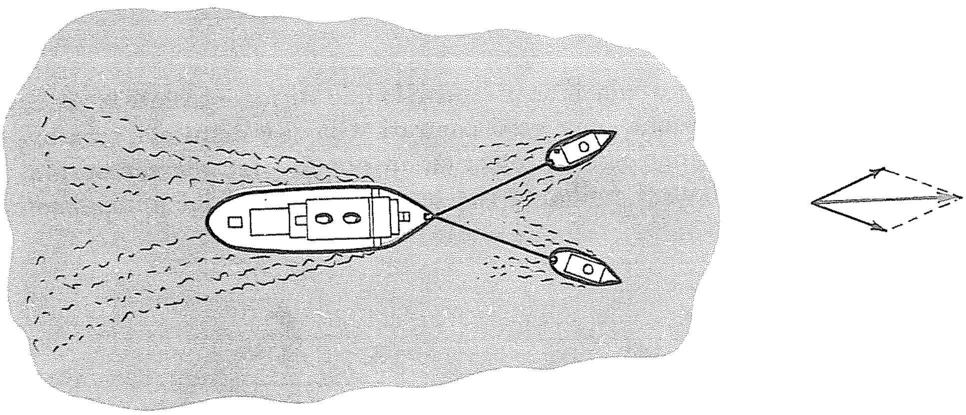


FIG. 31.

si muove in una direzione compresa fra quelle delle forze predette. Esiste una facile regola pratica per ottenere graficamente la risultante di due forze applicate in un punto ed aventi direzioni diverse (concorrenti ad angolo). Tali forze, applicate in O, sono rappresentate dai vettori $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$; dai punti A e B si traccino, rispettivamente, le parallele ad OB e ad OA in modo da ottenere il parallelogrammo $OBCA$. È possibile verificare che il vettore $\overrightarrow{OC}$, applicato in O, rappresenta la risultante cercata, per cui, analogamente a quanto visto in precedenza a proposito dei vettori, si ha la

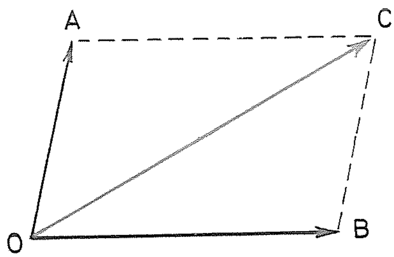


FIG. 32.

Regola del parallelogrammo. La risultante di due forze concorrenti ad angolo è rappresentata dalla diagonale del parallelogrammo costruito sui vettori che rappresentano le forze componenti, avente l'estremo iniziale nel punto di applicazione di tali vettori.

Per verificare praticamente tale regola si disponga, nelle gole delle carrucole fissate come indicato nella Fig. 34, un pezzo di spago flessibile

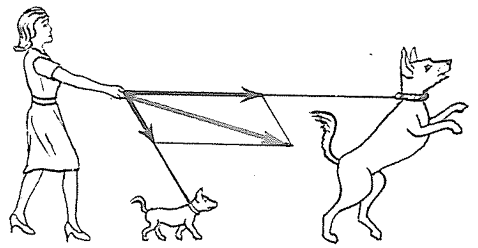


FIG. 33 – Le forze esercitate dai due cani si compongono in un'unica risultante.

portante agli estremi due pesi noti, per esempio di 2 hg e di 3 hg; in un punto intermedio della funicella si attacchi un altro peso, ad esempio di 4 hg, e si lasci libero il sistema. I pesi si sposteranno sino a quando avranno assunto una posizione di equilibrio. Nel punto A agiscono tre forze: la $\vec{F}_1$, di direzione AB ed intensità 2 hg (la carrucola varia la direzione delle forze ma non la loro intensità), la $\vec{F}_2$, di direzione AC ed intensità 3 hg, e quella verticale diretta verso il basso, di intensità 4 hg. Se c'è equilibrio si può affermare che quest'ultima e la risultante $\vec{R}$ di $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$ hanno direzione ed intensità uguali, ma versi contrari: infatti questa è la condizione perchè due forze si facciano equilibrio. Perciò la $\vec{R}$ avrà direzione verticale e verso dal basso all'alto e la sua intensità sarà 4 hg. Messo ora un foglio o una lavagna dietro alla carrucola e scelta

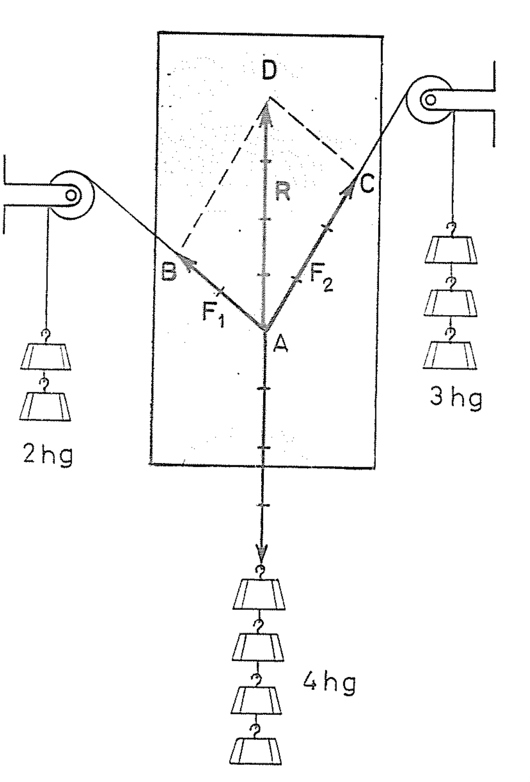


FIG. 34.

una unità a piacere, si traccino i vettori che rappresentano le $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$ e si applichi la regola del parallelogrammo: si troverà un vettore che rappresenta esattamente la forza $\vec{R}$, che è appunto la risultante cercata.

ESERCIZIO – Determinare l'intensità della risultante di due forze di intensità 30 kg e 40 kg applicate allo stesso punto ed aventi direzioni perpendicolari.

In questo caso il «parallelogrammo» diviene un rettangolo; perciò, ricordando il Teorema di Pitagora, si ricava che l'intensità della risultante è:

$$\sqrt{30^2 + 40^2} \quad kg = 50 \ kg.$$

Composizione di più forze applicate ad un punto

Per determinare la risultante di tre o più forze applicate ad un punto si compongono le prime due forze; poi si compone la loro risultante con la terza forza e così di seguito sino all'ultima. È facile verificare che il risultato finale non dipende dall'ordine con cui le forze sono state considerate.

Per semplificare la costruzione grafica della risultante di più forze convergenti ad angolo si può costruire, trattandosi di vettori, la poligo-

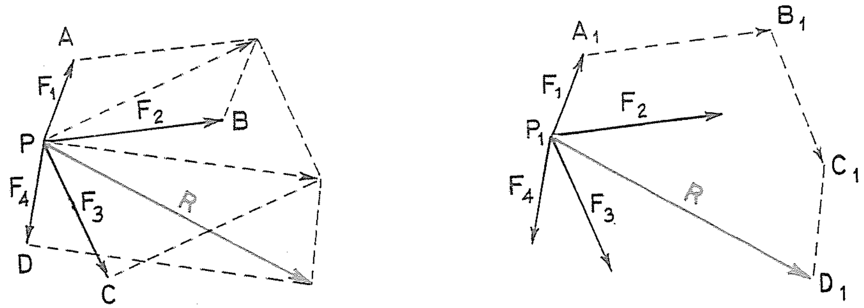


Fig. 35.

nale delle forze, invece di applicare più volte la regola del parallelogrammo: a partire da un punto qualunque P_1, si costruisce la spezzata $P_1\ A_1\ B_1\ C_1\ D_1$ con i lati paralleli, uguali e concordi ai vettori che rappresentano le forze date; il lato che chiude la poligonale rappresenta la risultante delle forze. È facile constatare che, in pratica, è come se si applicasse più volte la regola del parallelogrammo.

Se il punto D_1 coincidesse con il punto P_1 la risultante sarebbe nulla: perciò le forze date sarebbero in equilibrio.

ESERCIZIO – Determinare la risultante di tre forze di uguale intensità applicate ad un punto, tali che le loro direzioni formino angoli di 120°.

La poligonale delle forze si chiude, dimostrando che la risultante è nulla, cioè che le forze considerate sono in equilibrio.

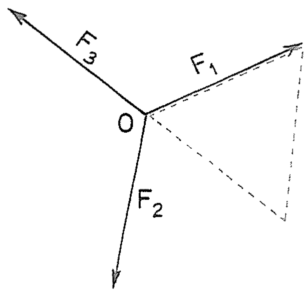


FIG. 36.

Trasporto del punto di applicazione

L'effetto che un determinato peso produce sulla molla del dinamometro non varia se tale peso non è attaccato direttamente al gancio, ma, ad esempio, per mezzo di una catenella di ferro (non elastica); così facendo si sposta il punto di applicazione della forza lungo la sua linea di azione.

> L'effetto di una forza, applicata per mezzo di un corpo rigido, non cambia se il suo punto di applicazione viene spostato lungo la sua linea di azione.

Scomposizione di una forza in due forze concorrenti

È possibile determinare due forze di volute direzioni che abbiano per risultante una data forza: cioè si può scomporre una forza in due forze concorrenti le cui linee di azione siano assegnate: è sufficiente ricordare la regola del parallelogrammo, procedendo come già visto per i vettori.

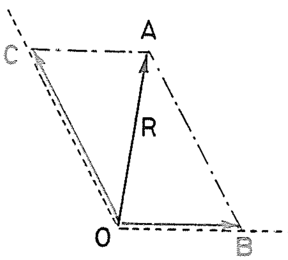


FIG. 37.

Dall'estremità A del vettore $\overrightarrow{OA}$, che rappresenta la forza $\vec{R}$ data, si traccino le parallele alle rette che rappresentano le direzioni assegnate, determinando i punti B e C; i vettori $\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{OC}$ rappresentano le componenti cercate.

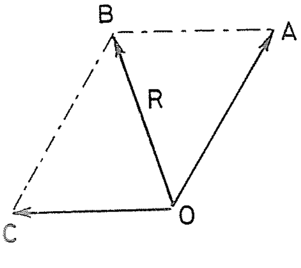


FIG. 38.

È anche possibile determinare una delle due componenti di una forza nota quando si conosce l'altra componente. I vettori $\overrightarrow{OB}$ ed $\overrightarrow{OA}$ rappresentino, rispettivamente, la risultante e la componente nota. Da B si tracci la parallela ad OA e da O la parallela ad AB; si determina così il vettore $\overrightarrow{OC}$ che rappresenta la componente cercata.

ESERCIZIO – Dimostrare come sia possibile utilizzare la forza del vento per far sì che una barca a vela si muova in direzione perpendicolare a quella in cui spira il vento stesso.

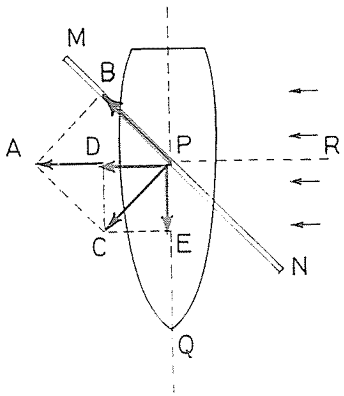


FIG. 39.

La barca deve dirigersi da P verso Q mentre il vento soffia da R verso P; la vela MN sarà allora disposta come in Fig. 39. La forza $\overrightarrow{PA}$, esercitata dal vento, può essere scomposta nella $\overrightarrow{PB}$, che lambisce la vela e praticamente non produce alcun effetto, e nella $\overrightarrow{PC}$ in direzione perpendicolare al piano della vela stessa; a sua volta la $\overrightarrow{PC}$ equivale alle due componenti $\overrightarrow{PE}$, che spinge la barca nella direzione voluta, e $\overrightarrow{PD}$ (componente di deriva) che tende a spostare il battello lateralmente. Un abile nocchiero manovra in modo da ridurre al minimo la componente di deriva.

Composizione di due forze parallele

Se due forze, applicate in punti diversi di un corpo rigido ed aventi direzioni parallele, hanno versi uguali, si dice che esse sono **parallele e concordi**; invece se le due forze hanno versi contrari si dice che sono **parallele e discordi**.

I) Si considerino le due forze parallele e concordi $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$, applicate rispettivamente nei punti A e B di un corpo rigido (Fig. 40) e si

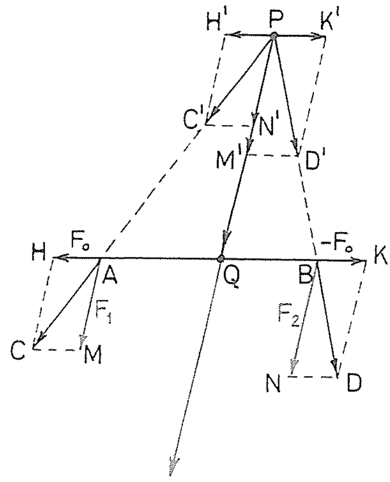


FIG. 40.

supponga di applicare in A ed in B due forze uguali e contrarie $\vec{F}_0$ e $-\vec{F}_0$; il nuovo sistema equivale a quello delle due sole forze parallele ed avrà quindi la loro stessa risultante. Componendo, rispettivamente, le forze applicate in A e quelle applicate in B si ottengono le risultanti $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{BD}$, le cui linee di azione non essendo parallele si incontrano in un punto P del loro piano. Si trasportino poi tali risultanti lungo la rispettiva linea di azione in modo che vengano entrambe applicate in P. Si scompongano ora le forze $\overrightarrow{PC'}$ e $\overrightarrow{PD'}$ così ottenute secondo le direzioni della $\vec{F}_1$ e della $\vec{F}_0$; dall'eguaglianza dei triangoli ACH, $PC'H'$ ($AC = PC'$ ed angoli ordinatamente uguali, perchè formati da lati paralleli e concordi) segue: $AH = PH'$; similmente si dimostra che $BK = PK'$; poichè allora le forze $\overrightarrow{PH'}$ e $\overrightarrow{PK'}$ uguali e contrarie si annullano, la risultante cercata sarà uguale alla somma delle forze allineate e concordi $\overrightarrow{PM'}$ e $\overrightarrow{PN'}$. Dall'uguaglianza dei triangoli ACM e $PC'N'$ risulta $AM = PN'$; analogamente si ha $BN = PM'$; se ne conclude che la risultante delle forze parallele $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$, avente la stessa direzione e lo stesso verso di queste, ha intensità uguale alla somma delle intensità delle componenti stesse.

Resta da determinare il punto di applicazione della risultante (che, come è noto, può essere indifferentemente spostato lungo la sua linea di azione). Sia Q il punto di intersezione della retta PM' con la congiungente i punti A e B. I triangoli PAQ e $PC'N'$ sono simili essendo $C'N'$ parallela ad AQ; perciò sarà

$$\frac{AQ}{C'N'} = \frac{PQ}{PN'} .$$

Analogamente, dai triangoli simili PBQ e $PD'M'$ risulta

$$\frac{BQ}{D'M'} = \frac{PQ}{PM'} .$$

Dividendo membro a membro, poichè è $C'N' = D'M'$, si ha

$$\frac{AQ}{BQ} = \frac{PM'}{PN'}$$

ed anche

$$AQ : BQ = F_2 : F_1 \quad .$$

Si è così dimostrato che

la risultante di due forze parallele e concordi applicate ad un corpo rigido:

a) è parallela alle due componenti e concorde con esse;

b) ha intensità uguale alla somma delle intensità delle componenti stesse;

c) è applicata in un punto interno al segmento che unisce i punti di applicazione delle componenti; detto punto divide tale segmento in parti inversamente proporzionali alle intensità delle componenti stesse.

ESERCIZIO – Due manovali trasportano a spalle un oggetto che pesa 135 kg usando un'asta: l'oggetto è fissato all'asta a 120 cm dal 1° operaio ed a 60 cm dal 2° Quale peso deve sopportare ogni operaio?

Sia x la misura (in kg) del peso che deve sopportare il 1° operaio. Il 2° operaio dovrà sopportare $(135 - x)$ kg. Sarà:

$$x : (135 - x) = 60 : 120 \quad \text{ossia}$$

$$135 - x = 2x\, ; \quad x = \frac{135}{3}\, ; \quad x = 45.$$

Il 1° operaio deve dunque sopportare 45 kg; il 2° operaio deve invece esercitare la forza di $(135 - 45)$ kg $= 90$ kg.

Se, invece, il peso fosse stato fissato alla metà dell'asta, ogni operaio avrebbe dovuto sopportare $(135 : 2)$ kg $= 67{,}5$ kg.

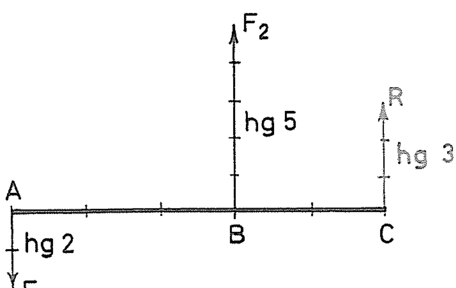


Fig. 41.

II) Si consideri ora il caso di forze parallele e discordi disuguali (se le forze avessero uguali intensità si avrebbe un caso particolare che verrà trattato a parte).

Siano $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$ le componenti applicate all'asta AB come indicato nella figura e sia $\vec{R}$ la loro risultante.

È possibile dimostrare che

> la risultante di due forze parallele, discordi, disuguali, applicate a due punti A e B di un corpo rigido:
>
> a) è parallela alle due componenti e concorde con la maggiore;
>
> b) ha intensità uguale alla differenza delle intensità delle componenti;
>
> c) è applicata in un punto che si trova sul prolungamento del segmento $A\,B$, dalla parte della forza maggiore, e dista dai punti di applicazione delle componenti di segmenti inversamente proporzionali alle intensità delle stesse.

La dimostrazione può essere ricondotta al caso precedente. L'intensità della forza $\vec{R}$ applicata in C sia uguale alla differenza delle intensità delle forze ad essa parallele $\vec{F}_2$ ed $\vec{F}_1$, applicate rispettivamente in B ed in A, e valga la proporzione

$$A\,C : B\,C = F_2 : F_1 .$$

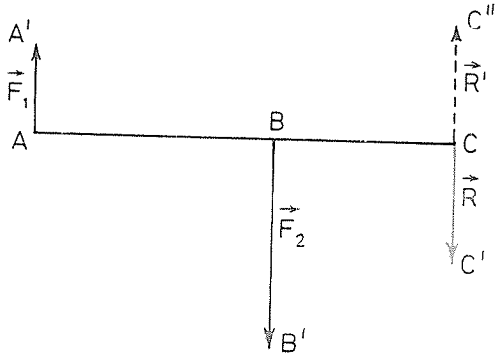


FIG. 42.

Si consideri la forza $\vec{R}'$, applicata in C, uguale ed opposta alla $\vec{R}$; la $\vec{F}_2$, per quanto dimostrato nel caso precedente, è uguale ed opposta alla risultante delle forze parallele e concordi $\vec{F}_1$ e $\vec{R}'$; infatti dalla precedente proporzione, scomponendo, si ottiene

$$(A\,C - B\,C) : B\,C = (F_2 - F_1) : F_1,$$

ossia

$$A\,B : B\,C = R' : F_1$$

ed inoltre l'intensità di $\vec{F}_2$ è appunto la somma delle intensità di $\vec{F}_1$ ed $\vec{R}'$.

Poiché $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ed $\vec{R}'$ formano un sistema in equilibrio, si potrà dire che $\vec{R}'$ è tale da far equilibrio alla risultante delle forze $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$; quindi la $\vec{R}$ (uguale ed opposta alla $\vec{R}'$) è appunto la loro risultante.

Composizione di più forze parallele

Per ottenere la risultante di più forze parallele si può prima comporne due qualsiasi; poi si comporrà la risultante ottenuta con un'altra delle forze assegnate e così di seguito sino ad aver composto tutte le forze date (il risultato finale non dipende dall'ordine con cui le forze verranno composte). Se le forze non avranno tutte lo stesso verso si comporranno separatamente i due gruppi di forze tra loro concordi ottenendo così due sole forze parallele e discordi; se queste saranno disuguali, si comporranno con la nota regola, se invece risulteranno uguali esse non potranno essere composte in un'unica forza come si vedrà nel paragrafo che segue.

Coppia di forze

Non è possibile far equilibrio con un'unica forza a due forze parallele aventi uguale intensità e versi opposti: se tali forze sono applicate ad un corpo rigido tendono esclusivamente a farlo ruotare su se stesso.

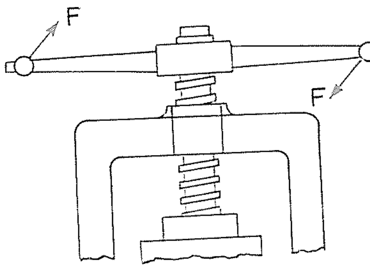


Fig. 43 - Una coppia di forze determina la rotazione dell'asta superiore del torchio.

Infatti, per esempio, chi vuole girare, senza spostarlo, un mobile pesante, quale un armadio o un grosso tavolo, con una mano lo spinge mentre con l'altra lo tira a sè applicando appunto due forze uguali, parallele e discordi.

Due forze parallele, uguali e discordi formano una « **coppia** ».

L'efficacia di una coppia non dipende solo dalla intensità delle forze, ma anche dalla distanza delle loro rette d'azione.

La distanza tra le rette d'azione delle due forze componenti una coppia è detta « **braccio** » della coppia stessa.

Per esempio, il braccio della coppia qui disegnata è misurato dalla lunghezza del segmento *A H* (non da quella del segmento *A B*, distanza tra i punti di applicazione delle due forze della coppia).

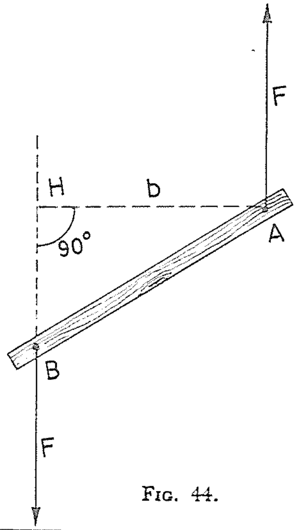


Fig. 44.

Il prodotto dell'intensità *F* di ciascuna forza di una coppia per il braccio *b* si dice « **momento** » della coppia:

$$\boxed{\textbf{momento} = F \cdot b} \quad .$$

La nozione di « momento » è molto importante perché caratterizza l'efficacia di una coppia.

Una coppia si può rappresentare con un vettore detto asse-momento tale che:

a) la sua lunghezza misuri, in una scala opportuna, il momento della coppia;

b) la sua direzione sia quella della perpendicolare al piano che contiene le forze della coppia;

c) il suo verso sia quello dai piedi al capo di un osservatore, ritto sul piano della coppia, che vede la rotazione prodotta dalla coppia stessa avvenire in verso opposto a quello delle lancette di un orologio (rotazione antioraria).

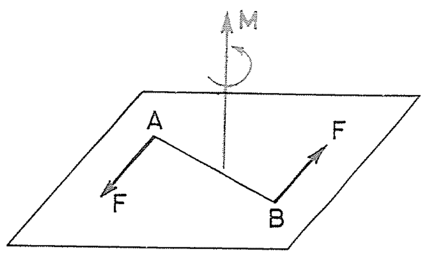


Fig. 45.

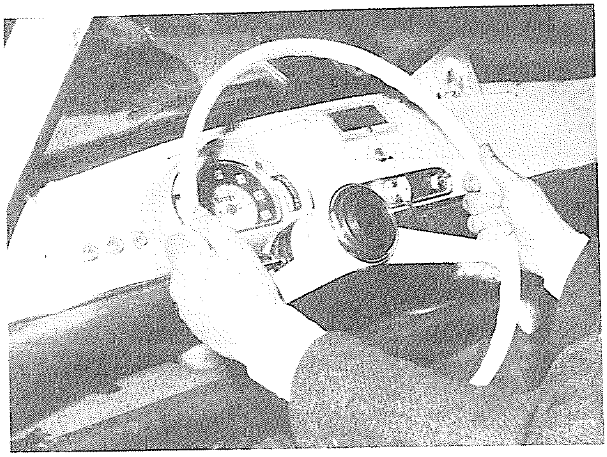
La risultante di due coppie è una coppia il cui asse-momento si ottiene componendo (con la regola del parallelogrammo) gli assi-momento delle coppie date.

Due coppie di forze, agenti nello stesso piano o su piani paralleli ed aventi momenti uguali, sono equivalenti (cioè producono gli stessi effetti) se hanno lo stesso verso di rotazione; si fanno equilibrio se hanno versi contrari di rotazione.

È possibile dimostrare che più forze sghembe applicate ad un corpo rigido possono sempre ridursi ad una sola forza ed a una sola coppia risultanti.

Se il momento della coppia è nullo il corpo è soggetto ad una semplice traslazione; se è invece nulla la forza risultante, il corpo subisce solo una rotazione; si ha equilibrio quando sono nulle sia la forza sia la coppia citata.

Il guidatore applica al volante una coppia di forze.



ESERCIZIO – Ad ogni estremo di un'asta rigida lunga 40 cm è applicata una forza di 15 kg, agente in direzione perpendicolare all'asta stessa; le due forze hanno verso opposto. Il sistema è mantenuto in equilibrio dall'azione di una coppia avente il braccio di 30 cm. Calcolare l'intensità di ciascuna forza di questa coppia.

Le due forze di 15 kg formano una coppia il cui braccio è misurato dalla lunghezza dell'asta (essendo questa perpendicolare alle linee d'azione delle forze stesse); perciò il momento di queste forze è espresso dal prodotto (15 · 0,40) kg · m.

Indicando con x la misura in chilogrammi dell'intensità di ciascuna forza dell'altra coppia, si ottiene:

$$15 \cdot 0{,}40 = x \cdot 0{,}30 \quad ; \quad x = \frac{15 \cdot 0{,}40}{0{,}30} \quad ; \quad x = 20.$$

Quindi l'intensità incognita è di 20 kg.

Corpo girevole intorno ad un punto o ad un asse

Presentano particolare interesse due casi in cui un corpo sia soggetto a particolari vincoli.

I) Una forza $\vec{F}$ sia applicata ad un corpo rigido, libero di ruotare intorno ad un punto fisso O. Se la linea di azione di $\vec{F}$ passa per O la forza non produce alcun effetto perchè tale punto è fisso. Se ciò invece non si verifica (Fig. 46), la forza tende a far ruotare il corpo.

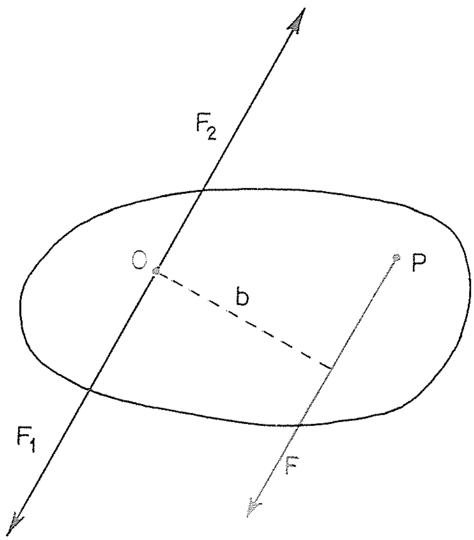


Fig. 46.

Si immagini infatti di applicare in O due forze $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$, uguali e contrarie, parallele ad $\vec{F}$ ed aventi la stessa intensità di $\vec{F}$; praticamente la $\vec{F}_1$ non produrrà alcun effetto essendo O fisso, mentre $\vec{F}_2$ formerà con la $\vec{F}$ una coppia di momento $F \cdot b$, che produrrà la rotazione citata.

Si dice braccio di una forza $\vec{F}$ applicata ad un corpo, rispetto ad un suo punto fisso O, la distanza b tra O e la retta d'azione della forza; si dice momento della forza rispetto ad O il prodotto $F \cdot b$ della intensità della forza per il suo braccio rispetto ad O.

La conoscenza del momento permette di valutare l'effetto di una forza applicata ad un corpo libero di ruotare intorno ad un punto fisso. Risulta inoltre che due forze applicate ad un corpo girevole intorno ad un punto fisso O sono in equilibrio allorchè i loro momenti, rispetto ad O, sono uguali e tendono a produrre rotazioni in versi opposti.

Questa affermazione si può verificare con esperimenti, come quelli indicati nella Fig. 62 di pag. 78.

Se le forze sono più di due si ha equilibrio quando la somma dei momenti che tendono a far ruotare il corpo in un dato verso è uguale a quella dei momenti che tendono a produrre rotazioni di verso opposto. Se si stabilisce, per esempio, di attribuire al momento di una forza il segno + o — a seconda che produca rotazioni in verso orario o antiorario, si può affermare che si ha equilibrio quando la somma algebrica dei momenti è nulla.

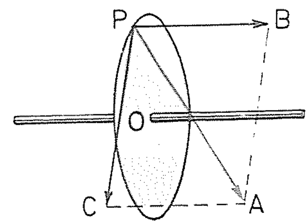
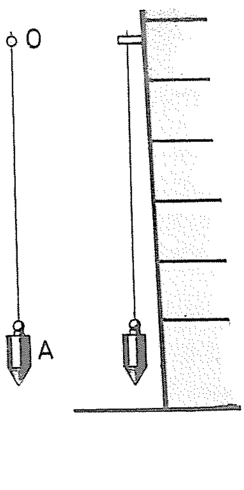


FIG. 47.

II) Si consideri ora un corpo libero di ruotare intorno ad un asse fisso (Fig. 47). La forza $\overrightarrow{PA}$ applicata in P può essere scomposta nella $\overrightarrow{PB}$, parallela all'asse, e nella $\overrightarrow{PC}$, avente direzione perpendicolare a quella dell'asse. Mentre la $\overrightarrow{PB}$ non produce alcun effetto, essendo l'asse fisso, la $\overrightarrow{PC}$ produce lo stesso effetto che si avrebbe se il corpo ruotasse intorno al punto fisso O; il suo effetto è quindi misurato dal momento di $\overrightarrow{PC}$ rispetto ad O, per cui si ricade nel caso precedente.

LA GRAVITÀ E L'EQUILIBRIO

La forza di gravità



Quando si tiene sollevato da terra un oggetto pesante per mezzo di un pezzo di spago, questo si dispone in direzione verticale (filo a piombo); avvicinando due fili a piombo si nota che i due tratti di spago appaiono paralleli: ciò avviene perché i due pesi sono attirati verso uno stesso punto molto distante (con approssimazione verso il centro della Terra).

FIG. 48 – Il filo a piombo indica la direzione della verticale.

Ogni corpo è attirato da una forza, diretta verticalmente verso il basso, detta **forza di gravità**: l'intensità di questa forza determina il peso del corpo.

La forza di gravità non è esattamente uguale in tutti i punti: il peso

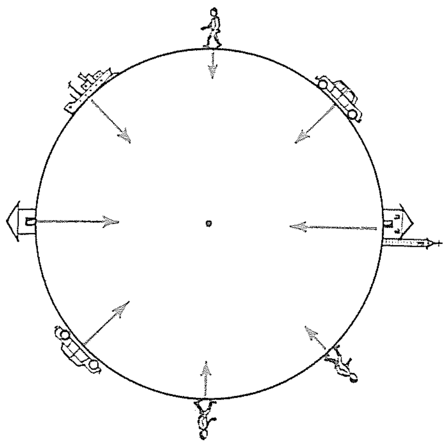


Fig. 49 - Tutti i corpi sono attirati verso il centro della Terra dalla forza di gravità.

di un dato corpo diminuisce leggermente se dal Polo lo si sposta verso l'Equatore o se, dal livello del mare, lo si porta su una montagna.

Centro di gravità o baricentro

Fatti alcuni forellini vicino ai vertici di un poligono ritagliato da un foglio di legno compensato, lo si sospenda in modo che sia libero di ruotare attorno ad uno di tali forellini e, quando si sarà fermato nella posizione di equilibrio, si disegni col gesso sul poligono stesso (utilizzando un filo a piombo) la direzione verticale passante per il punto di sospensione. Se si ripete la stessa operazione utilizzando gli altri fori, si nota che tutti i segmenti, che saranno stati disegnati col gesso, passeranno per uno stesso punto; inoltre se si fa un foro in tale punto e vi si introduce un asse oriz-

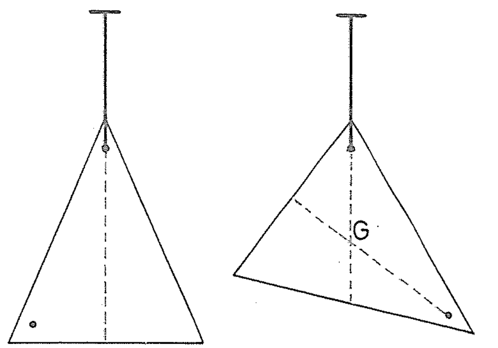


Fig. 50 - Il centro di gravità è individuato dall'intersezione delle verticali passanti per i diversi punti di sospensione.

zontale, si constata che il poligono, pur essendo libero di ruotare attorno all'asse, resta fermo, cioè in equilibrio, in qualsiasi posizione venga disposto. È facile constatare che quest'ultimo fatto non si verifica quando il poligono è libero di ruotare attorno ad un qualsiasi altro punto. Il punto sopra considerato è il centro di gravità o baricentro del corpo.

Poiché ogni corpo è formato da tante piccolissime particelle di materia (molecole) e ciascuna particella ha un proprio peso dovuto alla forza di gravità, sul corpo agiscono tante forze, dovute al peso delle sue molecole, che si possono considerare parallele e concordi. La risultante di tutte queste forze dà il peso del corpo; il punto di applicazione di detta risultante è il baricentro del corpo stesso. Quindi

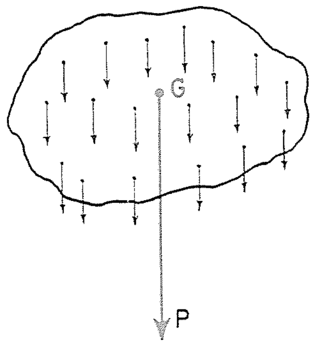


Fig. 51.

il **baricentro** è il punto nel quale si può considerare applicata la forza dovuta al peso dell'intero corpo; esso non varia comunque il corpo venga collocato.

DETERMINAZIONE DEL BARICENTRO

Nei casi pratici non risulta generalmente agevole segnare le direzioni delle verticali passanti per diversi punti di sospensione, allo scopo di trovare il loro punto d'incontro e ricavare così la posizione del baricentro del corpo stesso. Per corpi omogenei (formati tutti della stessa sostanza) e aventi forme geometriche semplici, è possibile ricavare la posizione del baricentro con considerazioni teoriche. Si considerino per esempio alcune figure geometriche piane ottenute ritagliando una lamina sottile di spessore costante; si dimostra che un triangolo ha il baricentro nel punto d'incontro delle tre mediane, un parallelogrammo nell'intersezione delle diagonali, un cerchio nel proprio centro.

Il baricentro di una sfera è nel suo centro, quello di un parallelepipedo nel punto d'incontro delle diagonali, quello di un cilindro nel punto medio della congiungente i centri delle basi; il baricentro di un cono è sul segmento che unisce il centro della base col vertice in un punto che dista dalla base di 1/4 della lunghezza dell'intero segmento.

Il baricentro può anche trovarsi fuori del corpo: per esempio quello di un anello omogeneo a sezione costante è nel suo centro.

Equilibrio dei corpi sospesi

Perchè un corpo sospeso a un punto e libero di ruotare intorno ad esso resti in equilibrio si deve fare in modo che la forza di gravità non produca alcun effetto sul corpo stesso. Il corpo indicato nella Fig. 52 è in posizione di equilibrio: come già detto, il suo baricentro si trova sulla verticale abbassata dal punto di sospensione. La forza dovuta al peso del corpo è applicata nel baricentro *G*, ma, in questo caso, è possibile considerarla applicata nel punto di sospensione *A* (si è visto che l'effetto di una forza non cambia quando la si sposta lungo la sua linea d'azione). Nel punto *A* è applicata anche un'altra forza, dovuta alla cosiddetta « reazione del vincolo », la quale si oppone al peso ed impedisce che il corpo cada verso il basso. Questa seconda forza è sempre esattamente uguale a quella prodotta dalla gravità ed ha la stessa linea d'azione, ma verso opposto; perciò le due forze si fanno equilibrio. Se invece il baricentro non si trovasse sulla verticale passante per *A* (Fig. 53) le due forze

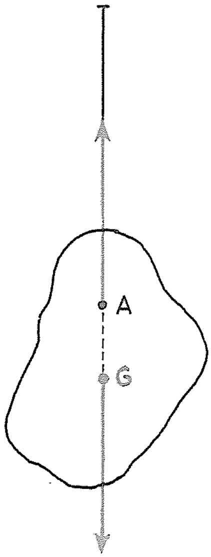


Fig. 52.

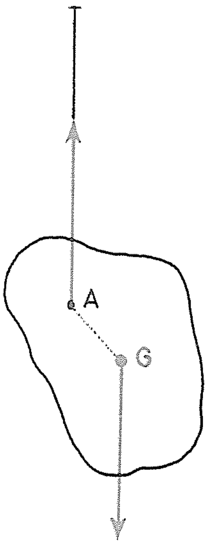


Fig. 53.

Il ragazzo, inizialmente in posizione di equilibrio, riesce a mettersi in moto senza alcuna sollecitazione esterna, variando la posizione del baricentro dell'intero sistema mediante opportuni movimenti della propria persona.

formerebbero una coppia (con braccio diverso da zero) ed il corpo ruoterebbe sino a disporsi nella posizione di equilibrio. Ciò spiega perché

un corpo sospeso ad un punto, libero di ruotare intorno ad esso, è in posizione di equilibrio quando il baricentro ed il punto di sospensione si trovano sulla stessa verticale.

Si possono verificare tre casi:

I) Se il baricentro è al disotto del centro di sospensione, quando si sposta di poco il corpo dalla sua posizione di equilibrio, esso ritorna in tale posizione (equilibrio stabile); infatti in questo caso, spostando di poco il corpo dalla posizione di equilibrio, si determina una coppia di forze che tende a riportare il corpo nella posizione primitiva (Fig. 52 e 53).

II) Se il baricentro si trova al di sopra del centro di sospensione basta un piccolo spostamento perché il corpo non ritorni più nella posizione iniziale (equilibrio instabile); infatti in questo caso il più piccolo spostamento determina una coppia di forze che tende a portare il corpo nella posizione di equilibrio stabile (Fig. 54).

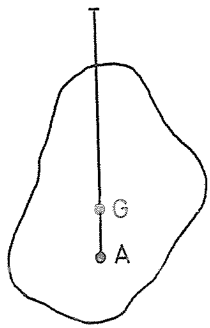
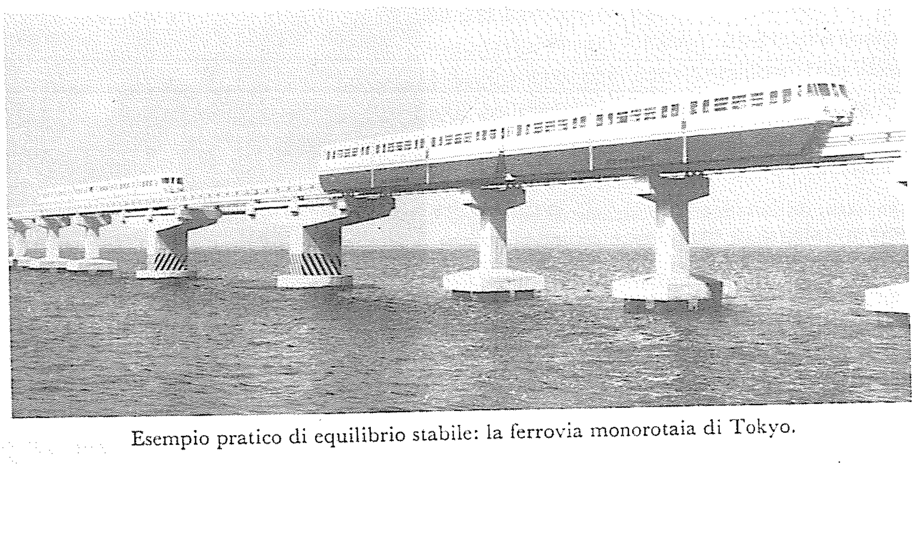


Fig. 54.



Esempio pratico di equilibrio stabile: la ferrovia monorotaia di Tokyo.

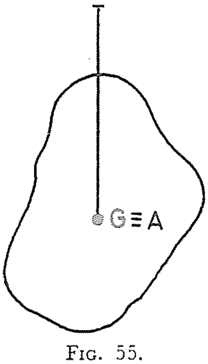


FIG. 55.

III) Come già si è detto, se il baricentro e il centro di sospensione coincidono, il corpo rimane in equilibrio in qualsiasi posizione venga posto (equilibrio indifferente): in questo caso, comunque si sposti il corpo, il momento della coppia di forze è nullo perché il braccio della coppia stessa vale sempre zero (Fig. 55).

Equilibrio dei corpi appoggiati

Si consideri un parallelepipedo « snodabile », come quello indicato nella figura, cioè tale da poter essere deformato rendendo gli spigoli laterali più o meno inclinati rispetto alla base; si determini il baricentro

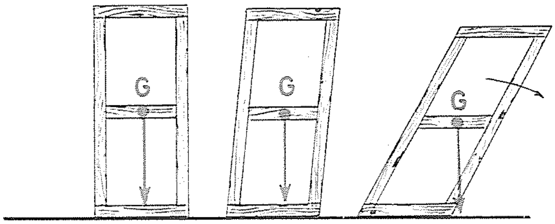


FIG. 56.

di tale corpo (sarà nell'incrocio delle diagonali) e si sospenda ad esso un piccolo filo a piombo.

Posando il parallelepipedo sopra un piano orizzontale e deformandolo lentamente è possibile constatare che tale corpo resta in equilibrio sola-

Esempio di equilibrio in natura: il « fungo » di Piana Crixia.

mente sino a quando il prolungamento del filo a piombo cade dentro la base d'appoggio.

> Un corpo appoggiato su un piano orizzontale è in equilibrio quando la verticale abbassata dal suo baricentro non cade fuori della base d'appoggio.

Se il corpo è appoggiato su più punti non allineati si determina la base d'appoggio congiungendo tali punti in modo da ottenere il poligono di area più estesa possibile. In questo caso l'equilibrio è generalmente stabile.

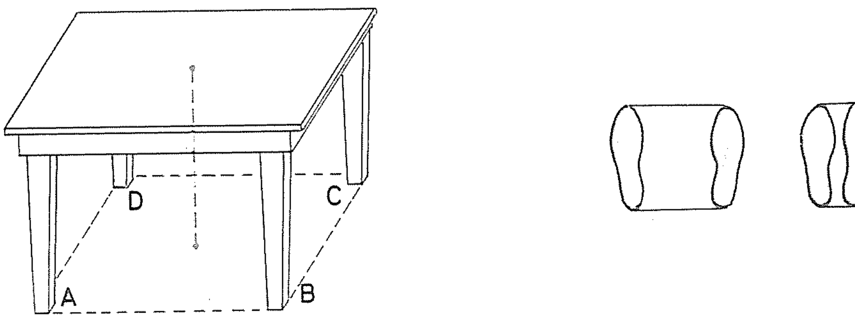


FIG. 57 – Basi di appoggio di un tavolo e di due persone in piedi.

È interessante considerare alcuni casi particolari: se il piano d'appoggio è ridotto ad un punto o ad un segmento si possono avere casi di equilibrio stabile, instabile o indifferente come appare dalle figure.

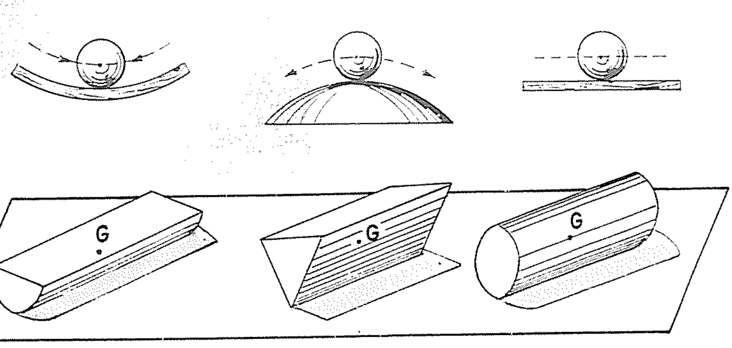
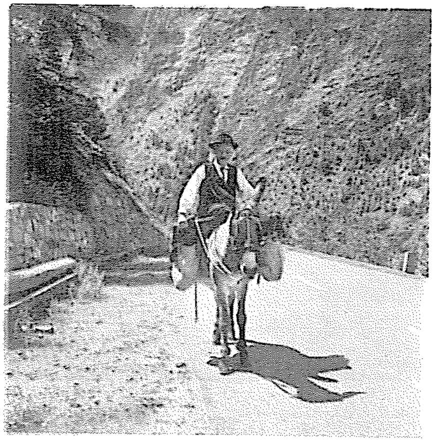


FIG. 58 – Stabile Instabile Indifferente

Una proprietà generale

Ripensando agli esempi di equilibrio citati, si può osservare che, in ogni caso, un corpo tende a disporsi in una posizione in cui il suo baricentro sia il più in basso possibile, compatibilmente con i suoi vincoli. Perciò l'equilibrio è stabile quando il baricentro è nella

Il carico deve essere simmetricamente disposto sui due lati dell'animale ed in posizione tale che il baricentro del sistema risulti il più basso possibile.



posizione più bassa possibile ed è indifferente quando uno spostamento non provoca né un abbassamento né un innalzamento del baricentro (che resterà sempre in uno stesso piano orizzontale).

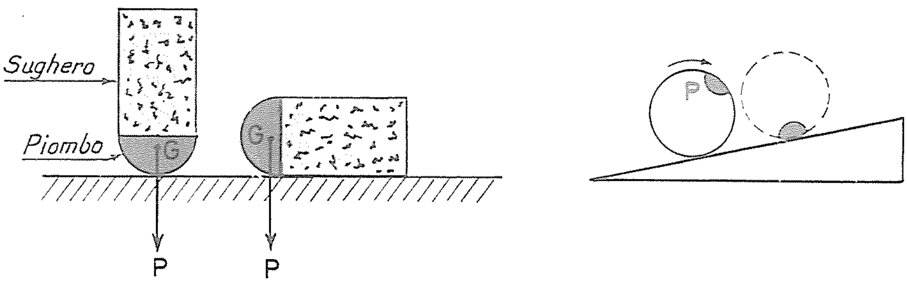
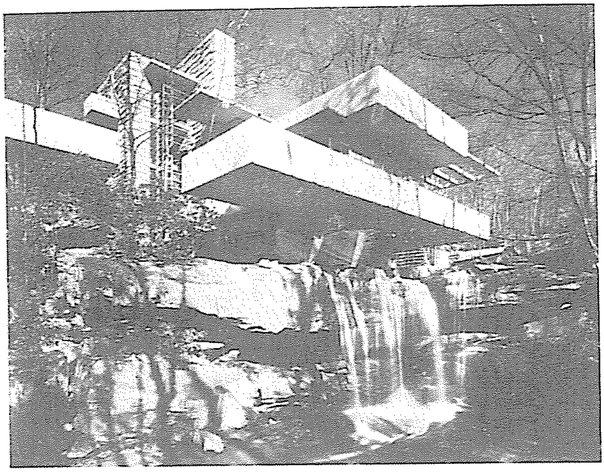


FIG. 59 – Strani effetti nell'equilibrio dei corpi: l'oggetto a sinistra, se inclinato, si raddrizza, quello a destra sale lungo il piano inclinato perché in tal modo, in entrambi i casi, il baricentro si abbassa.

ESERCIZIO – Perchè una persona che solleva con una mano una pesante valigia si piega, istintivamente, dall'altro lato?

L'uomo, che ha andatura eretta e si appoggia solo sui due piedi, ha equilibrio scarsamente stabile; ma egli è capace di correggere istintivamente movimenti e fatti che possano turbare l'equilibrio del suo corpo. Se la persona che trasporta la valigia non si piegasse *opportunamente, il baricentro del sistema formato dal corpo e dalla valigia si sposterebbe troppo dalla parte di quest'ultima e la verticale abbassata da tale punto cadrebbe fuori dalla base d'appoggio.*



Ardita applicazione delle leggi dell'equilibrio nella Statica: la « casa sulla cascata » di Wright.

LE MACCHINE SEMPLICI

Che cosa si intende per « macchina »

L'operaio indicato nella figura, usando un'asta di ferro opportunamente disposta, riesce a sollevare il masso che pesa alcuni quintali, cioè può equilibrare e vincere una forza maggiore di quella prodotta dai suoi muscoli.

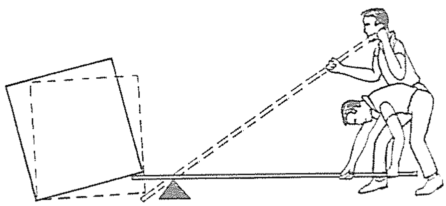


FIG. 60.

Nella Statica si indica col nome di **macchina** qualsiasi congegno che permette di equilibrare una forza (detta potenza (*)) con un'altra forza (detta resistenza) non uguale e contraria.

(*) Anziché dire « potenza » sarebbe meglio dire « forza motrice » o « forza potente » perché il nome « potenza », nel linguaggio della fisica, ha anche un significato diverso, che si incontrerà nella dinamica.

Ottenuta la condizione di equilibrio sarà sufficiente aumentare, anche di poco, l'intensità della potenza per riuscire a vincere la resistenza. Dunque una macchina serve per vincere con una data forza un'altra forza diversa per intensità o direzione.

Qualsiasi macchina si può ridurre alla combinazione di due macchine elementari, dette macchine semplici: la leva ed il piano inclinato.

Una macchina si dice vantaggiosa quando, nelle condizioni di equilibrio, la potenza è minore della resistenza; svantaggiosa nel caso contrario; indifferente quando le due forze hanno uguale intensità.

La leva

L'asta usata dall'operaio citato è un esempio di leva.

> Si dice **leva** un'asta rigida, girevole attorno ad un punto fisso detto fulcro.

La leva qui disegnata ha il fulcro nel punto **O**; la forza impressa dalla mano è la potenza; il peso del corpo sospeso è la resistenza.

Si può facilmente constatare che l'efficacia di una forza, applicata in un punto di una leva, dipende, oltre che dalla sua intensità, anche dalla distanza tra la sua retta d'azione e il fulcro.

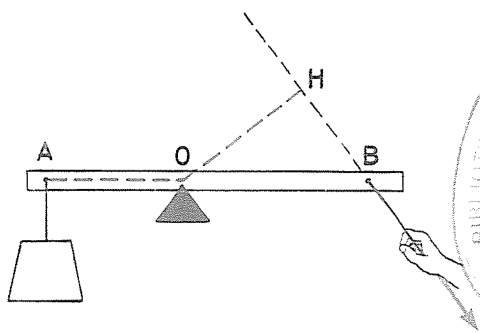


Fig. 61.

Ricordando quanto già affermato circa le condizioni di equilibrio di un corpo rigido girevole intorno ad un punto fisso, si può enunciare la legge della leva:

> in una leva si ha equilibrio quando il momento della potenza e quello della resistenza, rispetto al fulcro, hanno lo stesso valore e tendono a produrre rotazioni in versi contrari.

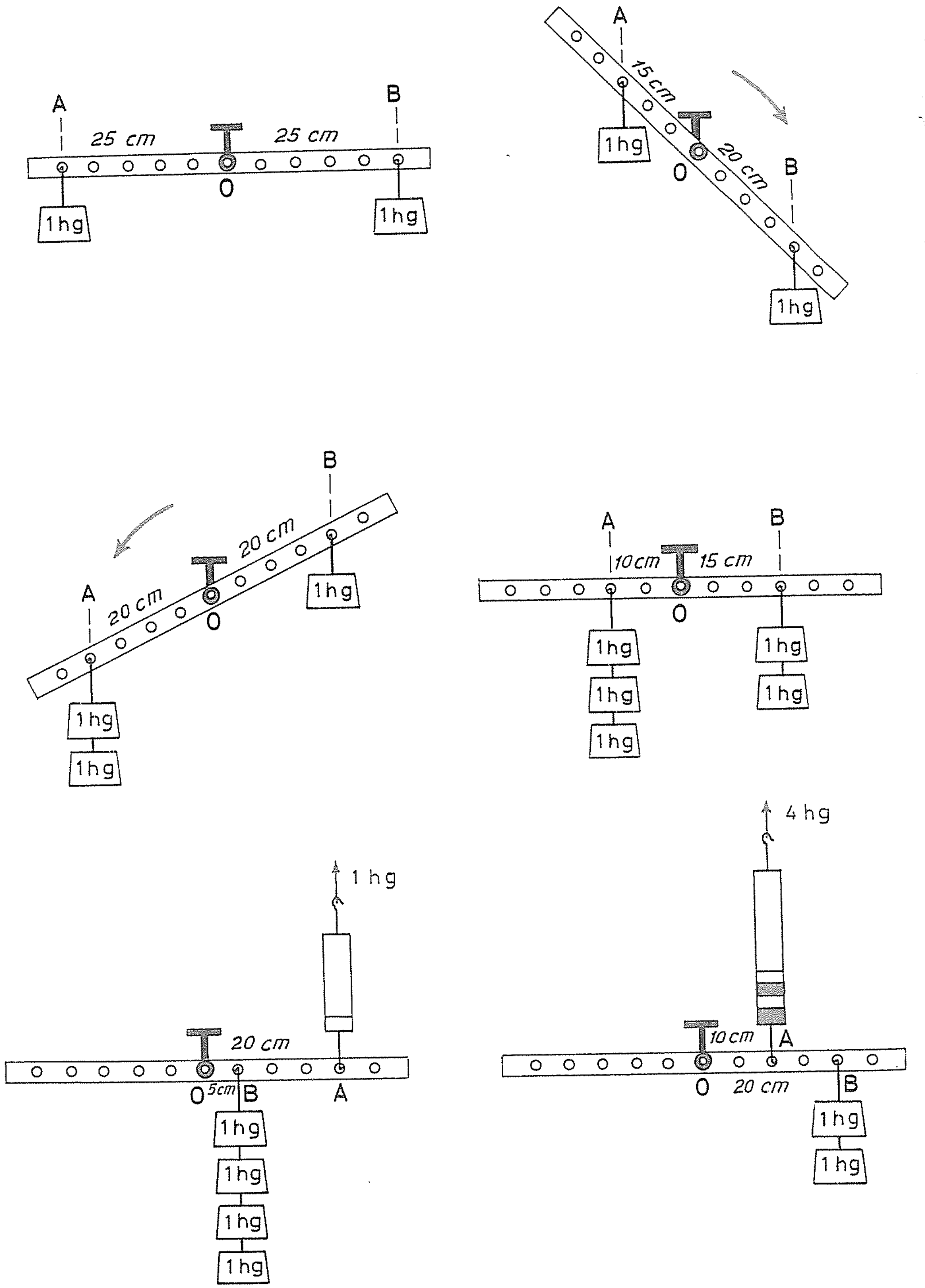

A
B
25 cm
25 cm
O
1 hg
1 hg
A
15 cm
1 hg
O
20 cm
B
1 hg
B
20 cm
A
20 cm
O
1 hg
1 hg
1 hg
A
B
10 cm
15 cm
O
1 hg
1 hg
1 hg
1 hg
1 hg
1 hg
20 cm
O
5cm
B
A
1 hg
1 hg
1 hg
1 hg
1 hg
4 hg
10 cm
A
O
20 cm
B
1 hg
1 hg

Fig. 62.

Indicando con P ed R le intensità della potenza e della resistenza e con b_p e b_r le misure dei rispettivi bracci, si ha dunque equilibrio quando:

$$\boxed{P \cdot b_p = R \cdot b_r},$$

ossia quando vale la proporzione:

$$\boxed{P : R = b_r : b_p}\ .$$

Se ne conclude che

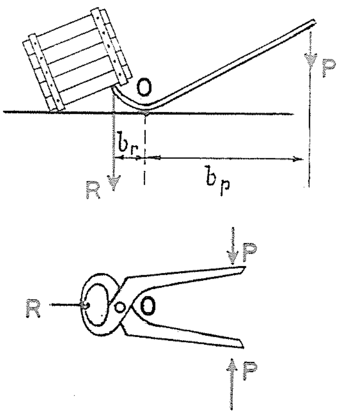
> una leva è in equilibrio quando la potenza e la resistenza sono inversamente proporzionali ai rispettivi bracci e tendono a produrre rotazioni di versi contrari.

Nella Fig. 62 sono indicate alcune verifiche sperimentali relative alla legge della leva.

Leva di 1° genere

Quando il fulcro si trova tra i punti di applicazione della potenza e della resistenza, la leva è detta di 1° genere (o interfulcrata).

Sono esempi di leve di 1° genere il palanchino, le bilance, le tenaglie e le forbici (formate da due leve accoppiate con il fulcro in comune).



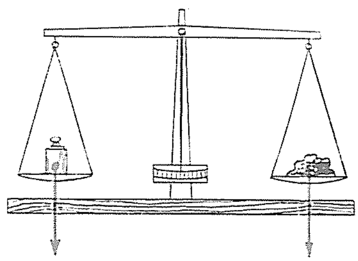


FIG. 63 – Esempi di leve di 1° genere: il palanchino, le tenaglie e la bilancia.

Dalla legge della leva deriva che la potenza è minore della resistenza quando il braccio della potenza è maggiore di quello della resistenza; perciò una leva di 1° genere può essere vantaggiosa o svantaggiosa.

Anche le sbarre del passaggio a livello sono leve di 1° genere.

Leva di 2° genere

Quando la resistenza è applicata tra il fulcro ed il punto di applicazione della potenza la leva è detta di 2° genere (o inter-

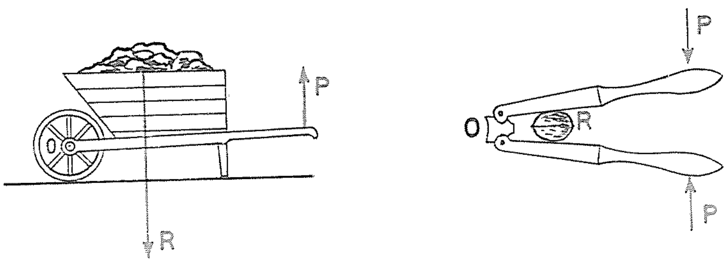
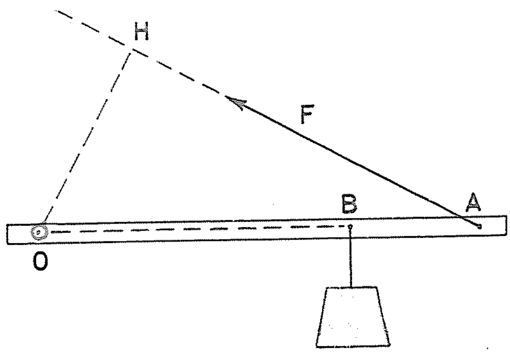


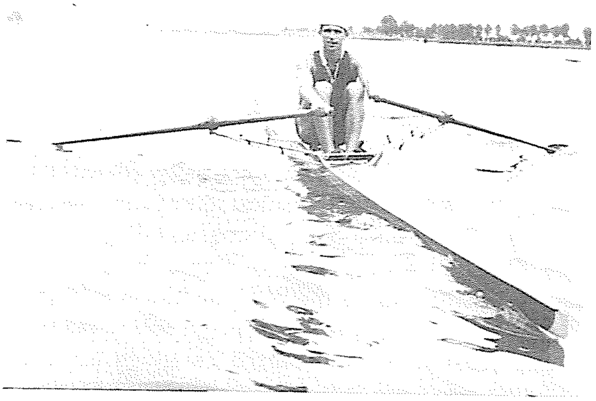
FIG. 64 - Esempi di leve di 2° genere: la carriola e lo schiaccianoci.

resistente). Contengono leve di 2° genere lo schiaccianoci (formato da due leve unite nel fulcro) e la carriola da muratori.

FIG. 65.



Se le due forze considerate sono parallele, le leve di 2° genere sono sempre vantaggiose, cioè la potenza è minore della resistenza; infatti il braccio della potenza risulta maggiore di quello della resistenza. Se le due forze non sono parallele, la leva di 2° genere può anche non essere vantaggiosa, come nel caso indicato nella Fig. 65: il braccio della potenza (***O H***) è minore del braccio della resistenza (***O B***).

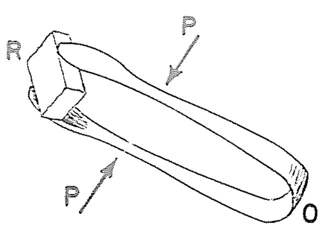


Il remo è una leva di 2° genere con fulcro nell'acqua.

Leva di 3° genere

Quando la potenza è applicata tra il fulcro ed il punto di applicazione della resistenza, la leva è detta di 3° genere (o interpotente). Sono formate da leve di 3° genere le mollette per lo zucchero, le pinzette per i francobolli, il pedale dell'arrotino. Anche l'avambraccio dell'uomo è una leva di 3° genere (ha il fulcro nell'articolazione del gomito).

Se le due forze sono parallele, il braccio della potenza risulta sempre minore di quello della resistenza: perciò si dice che le leve di 3° genere



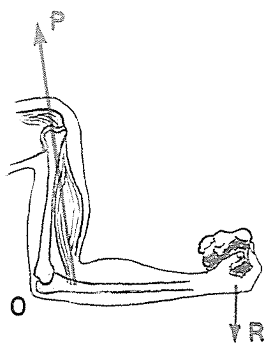


FIG. 66 – Esempi di leve di 3° genere: le mollette per lo zucchero e l'avambraccio umano.

sono svantaggiose. Si deve comunque tener presente che, come nel caso delle pinzette a molla, si tratta di dispositivi che si usano per comodità, perchè non interessa l'intensità della forza necessaria.

Nel caso dell'avambraccio, si può notare che tale leva produce il vantaggio di far compiere alla mano (sulla quale agisce la resistenza) movimenti ampi con minori spostamenti della potenza (fornita dal muscolo).

Questa osservazione vale in generale per qualsiasi leva: ciò che si guadagna in forza si perde in spostamento e viceversa.

LA BILANCIA A BRACCI UGUALI

È molto utile la bilancia a bracci uguali, formata da una leva di 1º genere (giogo) con due piattelli uguali, sospesi alla stessa distanza dal fulcro. Il fulcro è formato dallo spigolo di un prisma d'acciaio che appoggia su un piano orizzontale di acciaio o di pietra dura (generalmente di agata); nelle bilance di precisione esiste un dispositivo che permette di sollevare e bloccare il giogo in modo che il suo spigolo appoggi sul rispettivo piano solo quando ciò è necessario e quindi non si smussi inutilmente. Nel centro del giogo è fissata, perpendicolarmente ad esso, un lungo e leggero indice diretto verso il basso, che permette di valutare le piccole inclinazioni del giogo stesso.

Quando la bilancia è inoperosa e quando il peso campione ed il corpo esaminato hanno lo stesso peso il giogo resta in equilibrio in posizione orizzontale. Se si aggiunge un sovraccarico su un piattello il giogo si inclina da quella parte e la bilancia assume una nuova posizione di equilibrio perchè il suo baricentro, per costruzione, si trova un po' più in basso del punto di sospensione. Nelle bilance di alta precisione, oltre ai consueti campioni tarati di peso da porsi sul piattello, si usa un piccolo peso addizionale di forma particolare, detto «cavalierino», che si può collocare in una delle apposite scanalature numerate del giogo, a distanza opportuna dal coltello, in modo che il giogo stesso resti perfettamente orizzontale. Per ottenere il peso totale cercato si aggiungerà a quello dei pesi campione il valore letto sul giogo in corrispondenza alla scanalatura che contiene il cavalierino (generalmente quest'ultimo peso è espresso in mg).

CARATTERI DELLE BILANCE

a) Una bilancia si dice esatta se, con i piatti vuoti o con uguali pesi, l'indice oscilla ugualmente a destra ed a sinistra dello « zero » di una apposita scala graduata per fermarsi, infine, di fronte allo « zero » stesso. Perchè ciò avvenga i due bracci devono avere esattamente la stessa lunghezza ed i due piatti devono avere lo stesso peso, il che, in pratica, non può essere perfettamente realizzato. Nelle pesate di precisione si può evitare l'errore dovuto a ciò, usando il metodo della tara: si pone il corpo da pesare su un piatto e si equilibra con pesetti qualsiasi (per esempio, con pallini di piombo o con sabbia) messi sull'altro piatto; poi si toglie il corpo da pesare e si pongono i pesi campione sullo stesso piatto, in modo da raggiungere nuovamente l'equilibrio.

A pag. 84 è indicato un altro metodo, detto della doppia pesata.

b) Si dice sensibilità di una bilancia il peso minimo che occorre mettere su un piatto perchè l'indice si sposti in modo visibile. Una bilancia è tanto più sensibile quanto più i suoi bracci sono lunghi; esistono bilance che « sentono » il peso di un capello; la loro sensibilità arriva a 1/20 di milligrammo.

c) Si dice portata di una bilancia il peso massimo che essa può valutare senza danneggiarsi. Per aumentare la portata di una bilancia si deve rendere il più possibile robusto il suo giogo; per evitare che esso risulti eccessivamente pesante (ciò influirebbe negativamente sulla sensibilità) garantendo contemporaneamente una sufficiente robustezza, si dà al giogo la forma indicata nella Fig. 67 e lo si alleggerisce con opportuni incavi.

d) Altra caratteristica di una bilancia è la prontezza, che dipende dal tempo impiegato dal giogo per fermarsi in equilibrio (quando si posano i pesi sui piattelli, il giogo entra in oscillazione).

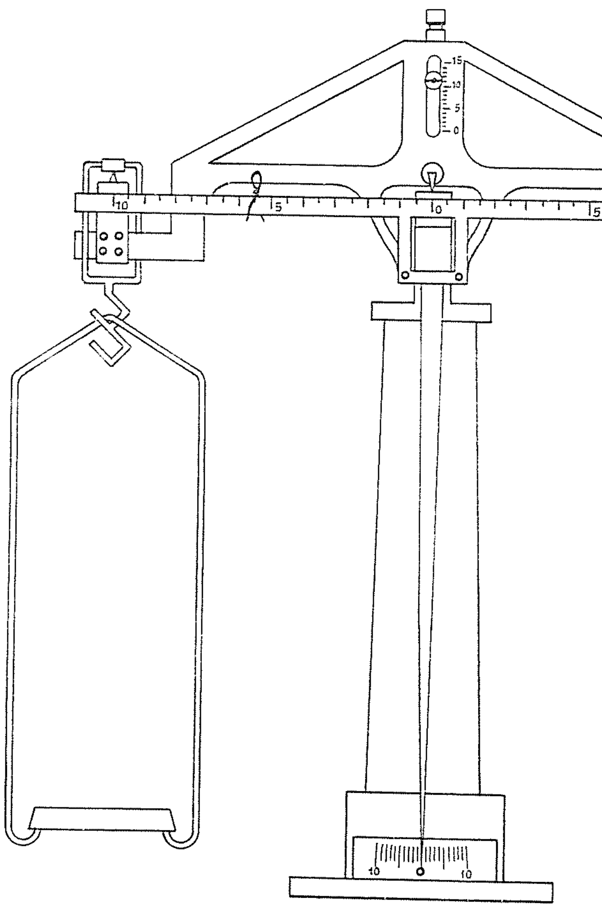


Fig. 67 - Schema di una bilancia di precisione.

Le bilance di precisione non sono mai « pronte » poichè sensibilità e prontezza dipendono da condizioni opposte; le comuni bilance del commercio invece sono pronte, ma meno sensibili. Il dado in alto nella bilancia di precisione schematizzata in Fig. 67 può essere lievemente sollevato per mezzo di una vite: in tal modo è possibile aumentare la sensibilità della bilancia quando ciò sia necessario (così facendo il centro di gravità del sistema, che si trova un po' più in basso del fulcro, viene alquanto sollevato ed avvicinato ancor più al fulcro stesso pur restando sempre sotto di esso perchè è necessario che l'equilibrio sia stabile). Esistono anche altre bilance meno sensibili, utili quando non è richiesta una grande esattezza, quali la stadera indicata in Fig. 68, formata da una leva di 1° genere avente il fulcro poco distante da uno dei suoi estremi; l'oggetto da pesare viene posto in un piatto sospeso all'estremità del braccio più corto della leva; sull'altro braccio, che è stato opportunamente graduato, si fa scorrere un peso fisso (detto « romano ») finchè la leva si dispone orizzontalmente e si legge il valore del peso cercato in corrispondenza della « tacca » dell'asta su cui poggia il « romano ». Per graduare l'asta si segna 0 nella posizione di equilibrio del « romano » quando il piatto della bilancia è vuoto; poi si pone sul piatto un peso noto, per esempio di 10 kg, e si segna 10 nel punto in cui si deve collocare il « romano » per riottenere l'equilibrio; successivamente si divide l'intervallo fra 0 e 10 in parti uguali e, se necessario, si estende la suddivisione oltre il 10.

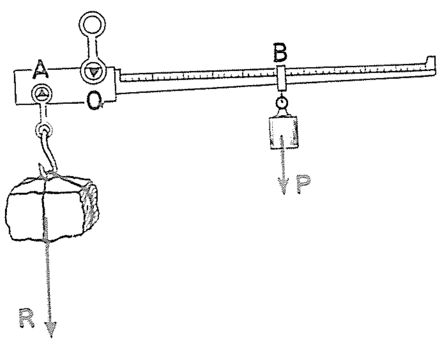


Fig. 68 – Stadera

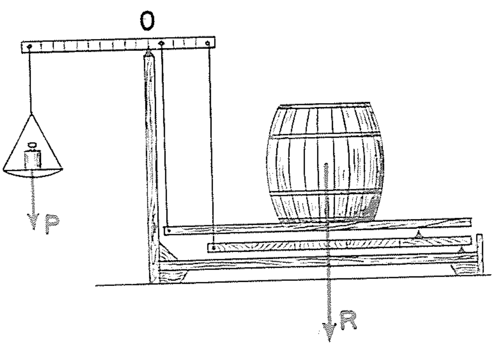


Fig. 69 – Basculla

Nella Fig. 69 è indicata una bilancia detta basculla che, utilizzando le leggi della leva, permette di valutare pesi notevoli con campioni di modesta entità.

Quando non è richiesta una grande esattezza risultano anche utili le bilance a molla, che sono dei particolari dinamometri (v. pag. 51).

Osservazione. Per le pesate di precisione con le bilance a bracci uguali si può anche usare il metodo della doppia pesata: si fanno due pesate mettendo il corpo da pesare una volta sul piattello destro e una volta su quello sinistro; siano

b_1 e b_2 le lunghezze dei bracci della bilancia, x il peso incognito e, rispettivamente, p_1 e p_2 i valori che si ottengono nelle due pesate;

sarà:

$$b_1 \cdot p_1 = b_2 \cdot x$$

$$b_1 \cdot x = b_2 \cdot p_2 \quad \text{e, dividendo membro a membro,}$$

$$\frac{b_1 \cdot p_1}{b_1 \cdot x} = \frac{b_2 \cdot x}{b_2 \cdot p_2}, \quad \text{da cui si ricava :}$$

$$x^2 = p_1 \cdot p_2 \,; \quad \text{estraendo la radice quadrata e scartando il valore negativo si ha infine :}$$

$$x = \sqrt{p_1 \cdot p_2}\,.$$

Poiché i valori di p_1 e p_2 sono quasi uguali, si ottengono più agevolmente risultati abbastanza precisi facendo la media aritmetica delle due pesate:

$$x = \frac{p_1 + p_2}{2}\,.$$

L'insieme di diverse macchine semplici permette la realizzazione di potenti strumenti di lavoro: escavatore Fiorentini, con « cucchiaio » della capacità di litri 800.

Le carrucole

Il disco girevole attorno ad un asse fisso, sostenuto da una staffa fissata ad un sostegno e provvisto di scanalatura (gola) dentro alla quale passa una fune come indicato nella figura, costituisce una carrucola fissa; questa macchina, anche se non ha forma di asta, si può considerare un caso particolare di leva di 1° genere. Il braccio della potenza, ***O B***, e quello della resistenza, ***O A***, sono entrambi uguali al raggio della carruola, cioè sono uguali fra loro.

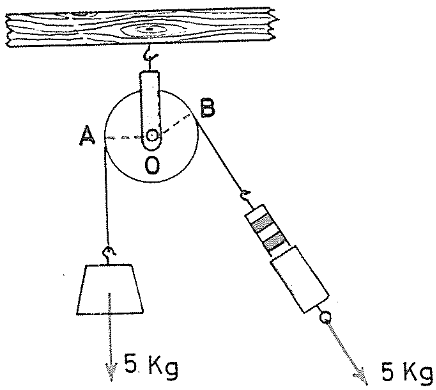
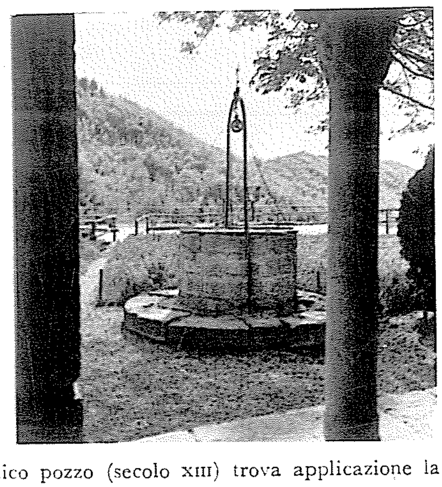


FIG. 70.

Perciò

nella carrucola fissa c'è equilibrio quando la potenza è uguale alla resistenza.



In questo antico pozzo (secolo XIII) trova applicazione la carrucola fissa.

Per ottenere una conferma sperimentale basta attaccare due pesi uguali agli estremi di una funicella posata nella gola della carrucola: il sistema risulterà in equilibrio.

Detta carrucola, pur non essendo « vantaggiosa », può risultare utile perchè permette di variare la direzione e il verso della forza che si applica.

La Fig. 71 indica un altro tipo di carrucola detta carrucola mobile, la quale si può considerare come una leva di 2º genere col fulcro nel punto B. Il braccio della resistenza (peso del corpo attaccato) è uguale al raggio BO della ruota; se i due tratti di fune sono paralleli, il braccio della potenza è rappresentato dal diametro BA. Essendo $BA = 2 \cdot BO$, se ne conclude (v. pag. 79) che nella carrucola mobile, se i due tratti di fune sono paralleli, c'è equilibrio quando la potenza è metà della resistenza; perciò questa macchina è vantaggiosa.

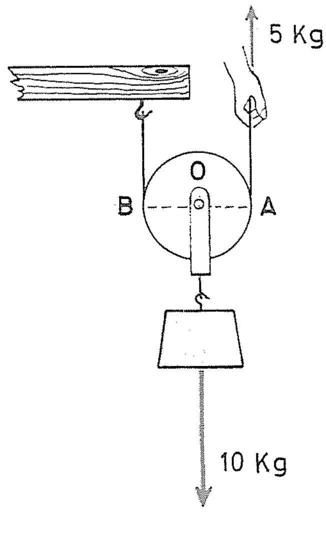


FIG. 71.

La legge della carrucola mobile può essere verificata praticamente,

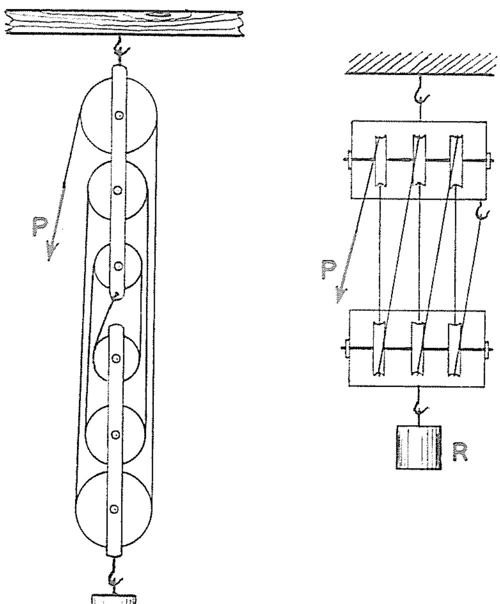


FIG. 72 - Paranco.

ad esempio, interponendo, nello schema rappresentato in Fig. 71, un dinamometro tra la mano e la funicella uscente dal punto *A*.

Usando più carrucole fisse e mobili, disposte come indicato nella Fig. 72, si ha una macchina composta detta **paranco** o **taglia**. Si può verificare che, se n è il numero delle carrucole mobili, P la potenza e R la resistenza, si ha equilibrio quando

$$\boxed{P = \frac{R}{2n}}\ .$$

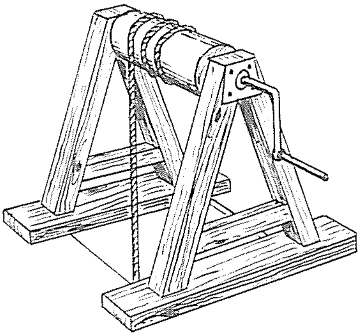


FIG. 73 - Verricello.

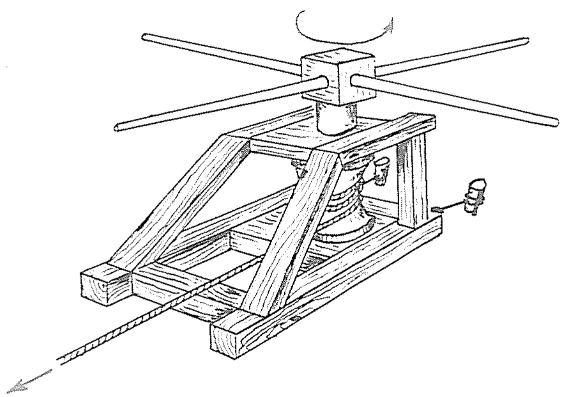


FIG. 74 - Argano.

Anche il **verricello** e l'**argano** (Figure 73 e 74) si possono considerare casi particolari di leve. Se r_1 e r_2 sono, rispettivamente, la lunghezza della manovella

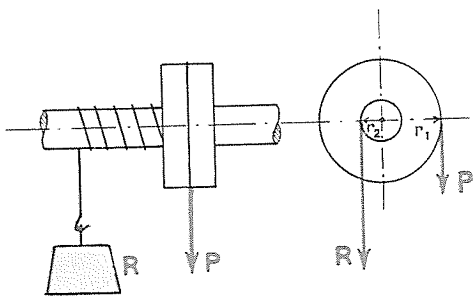


FIG. 75.

e il raggio dell'asse, attorno a cui la fune è avvolta, cioè i bracci della potenza P e della resistenza R, si ha equilibrio quando

$$\boxed{P : R = r_2 : r_1},$$

quindi anche queste macchine sono vantaggiose.

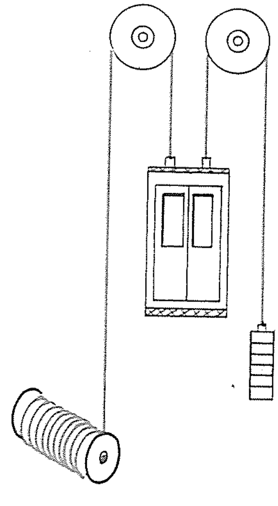


FIG. 76 – Schema di utilizzazione pratica di sistemi di carrucole nell'ascensore.

ESERCIZIO – Quanto deve pesare il corpo attaccato alla fune unita all'estremo della leva qui disegnata (avente il fulcro nel punto O) perchè vi sia equilibrio?

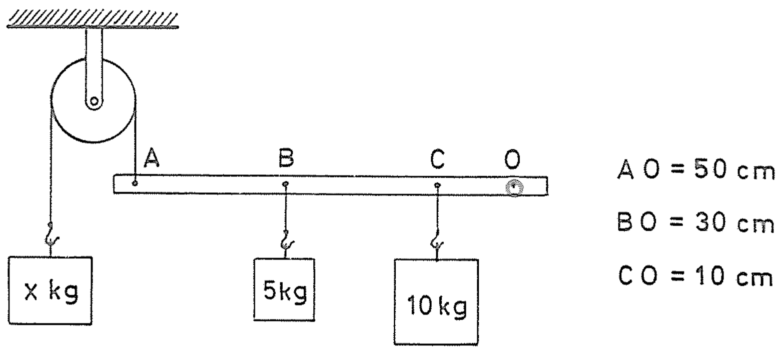


FIG. 77.

Perché vi sia equilibrio la somma dei momenti delle forze prodotte dai pesi di 5 kg e 10 kg, rispetto al fulcro O, dovrà equivalere al momento della forza incognita, di intensità x e di braccio 50 cm.

Perciò dovrà essere:

$$5 \cdot 30 + 10 \cdot 10 = x \cdot 50 \text{ ossia:}$$

$$250 = x \cdot 50, \text{ da cui si ricava:}$$

$$x = \frac{250}{50} \; ; \; x = 5.$$

Quindi il peso incognito è 5 kg.

Si potrà verificare che il peso di 5 kg mantiene realmente l'equilibrio (se la leva non è molto pesante si potrà trascurare il suo peso, che sarà bilanciato dall'attrito della carrucola, altrimenti, dopo aver tolto i tre pesi, si dovrà « equilibrare » il sistema con un pesetto fissato all'estremo della fune).

Il piano inclinato

Chi percorre in bicicletta una strada di montagna supera un dislivello, cioè praticamente riesce a sollevarsi; la forza che egli deve applicare dipende dall'inclinazione della strada, che può considerarsi un piano inclinato; con tale nome è indicata la macchina semplice formata da un piano rigido nè orizzontale nè verticale.

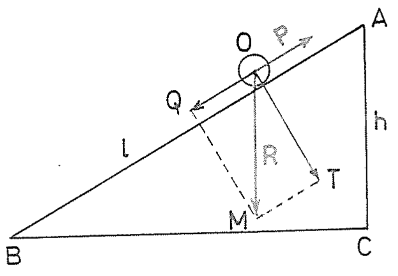


FIG. 78.

Su un piano inclinato AB sia appoggiato un corpo sferico di peso $\vec{R}$ (resistenza); tale corpo, se fosse lasciato libero, rotolerebbe verso il basso. Si può far sì che il corpo resti fermo, in equilibrio, applicando ad esso una forza $\vec{P}$ (potenza) di opportuna intensità, parallela al piano e diretta verso l'alto. È facile capire che l'intensità della potenza $\vec{P}$ è minore di quella della resistenza $\vec{R}$. Infatti il vettore $\overrightarrow{OM}$, che rappresenta il peso del corpo (resistenza $\vec{R}$), applicato nel baricentro O della sfera, può essere scomposto in due vettori: $\overrightarrow{OT}$, perpendicolare al piano inclinato, e $\overrightarrow{OQ}$ parallelo a tale piano. La forza rappresentata dal vettore $\overrightarrow{OT}$, essendo perpendicolare al piano che è rigido, non produce alcun effetto: perchè il corpo resti in equilibrio basterà applicare una forza uguale e contraria a quella rappresentata dal vettore $\overrightarrow{OQ}$; essendo OM l'ipotenusa e OQ

il cateto di un triangolo rettangolo sarà: $OQ < OM$. I due triangoli rettangoli ABC ed OMQ sono simili avendo uguali gli angoli acuti $A\hat{B}C$ ed $O\hat{M}Q$ (compresi fra lati mutuamente perpendicolari), quindi hanno i lati omologhi in proporzione, cioè $OQ : OM = AC : AB$; ponendo $AB = l$ (lunghezza del piano inclinato) ed $AC = h$ (altezza), si ha:

$$\boxed{P : R = h : l} \quad ,$$

cioè:

> in un piano inclinato, se la potenza è parallela al piano, si ha equilibrio quando la potenza P sta alla resistenza R come l'altezza h del piano sta alla sua lunghezza l.

Essendo $h < l$ questa macchina è vantaggiosa.

La potenza può anche agire nella direzione della base del piano inclinato, cioè in direzione orizzontale, come indicato nella Fig. 79. Con

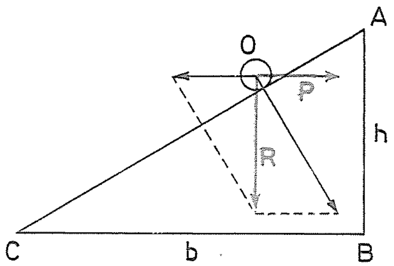


Fig. 79.

analoghe considerazioni sui triangoli rettangoli simili, ponendo $BC = b$ (base), si ottiene

$$\boxed{P : R = h : b} \quad ,$$

cioè

> in un piano inclinato, se la potenza è parallela alla base, si ha equilibrio quando la potenza P sta alla resistenza R come l'altezza h del piano sta alla sua base b.

In questo caso il piano inclinato risulta vantaggioso se l'inclinazione è minore di 45°.

ESERCIZIO - I due carrelli A e B, indicati in figura, sono in equilibrio e gli attriti possono ritenersi trascurabili; quanto pesa il carrello B, se A pesa 5 kg?

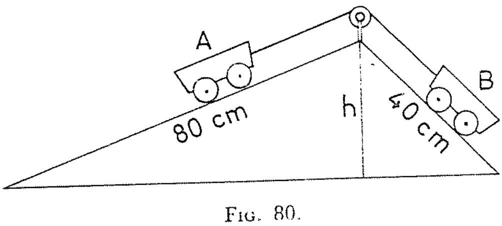
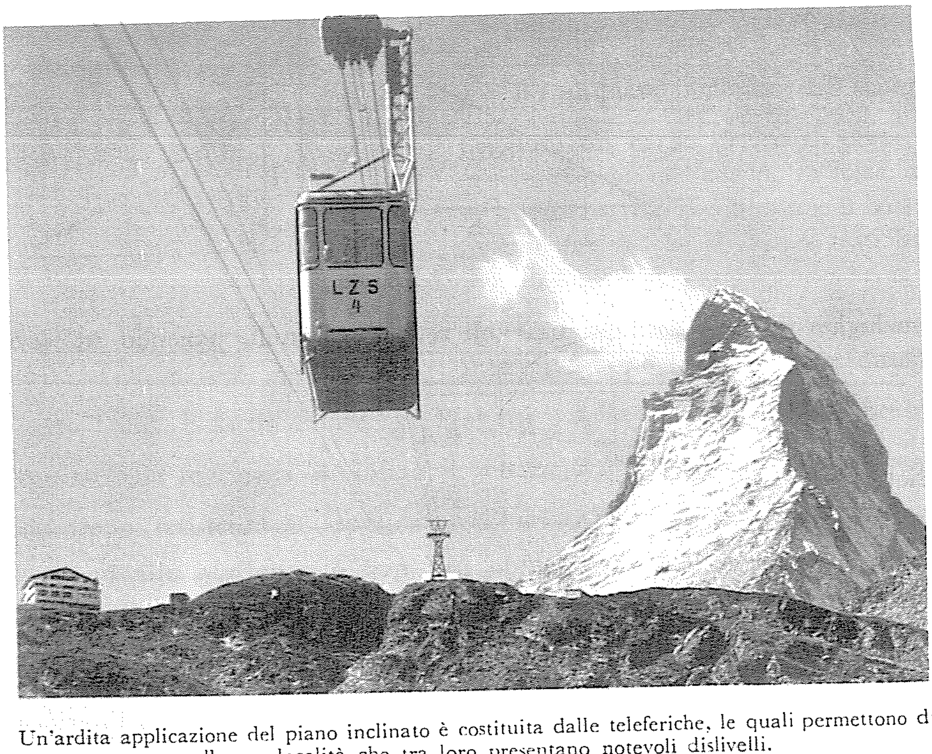


FIG. 80.

Se h è l'altezza comune dei due piani inclinati, indicando con x il peso incognito (in kg), dovrà essere

$$5 \cdot \frac{h}{80} = x \cdot \frac{h}{40},$$

da cui si ricava che B pesa 2,5 kg.



Un'ardita applicazione del piano inclinato è costituita dalle teleferiche, le quali permettono di collegare località che tra loro presentano notevoli dislivelli.

Sono applicazioni del piano inclinato, oltre alle strade in salita, le teleferiche, le scale mobili ecc. Le viti si possono considerare piani inclinati avvolti ad elica; i cunei (vedi Fig. 82), le scuri, gli scalpelli... si possono considerare formati da due piani inclinati.

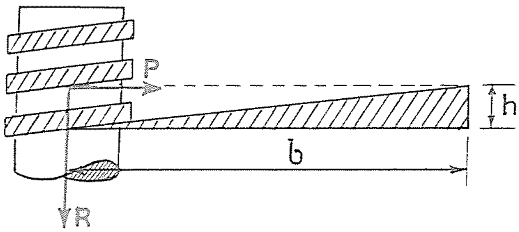


FIG. 81 - Vite.

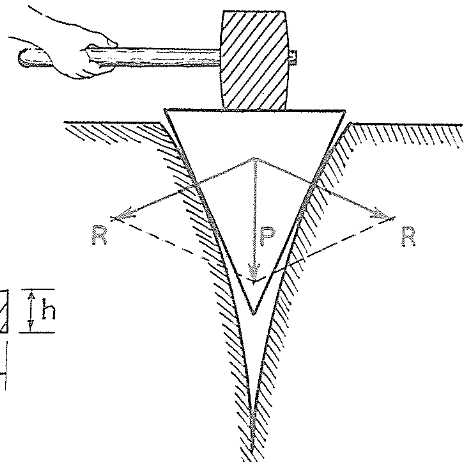
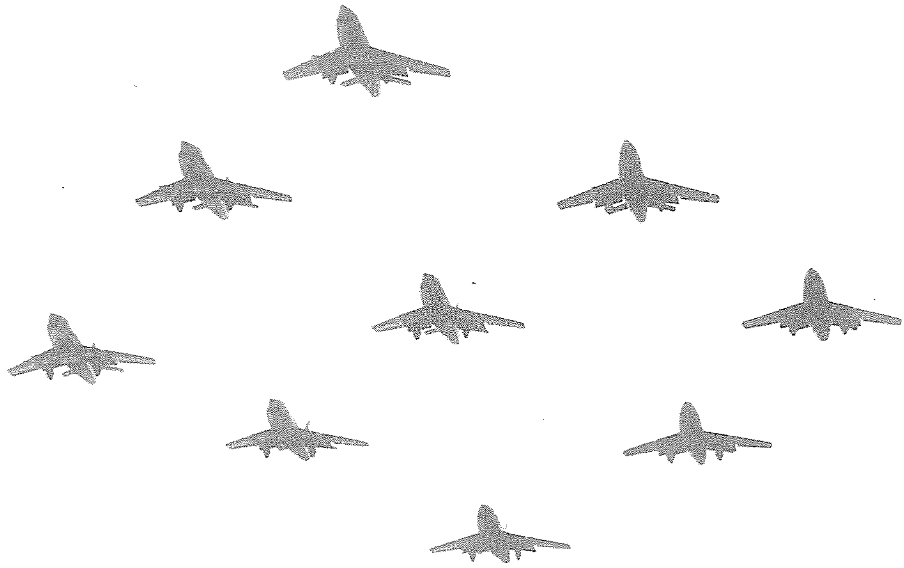


FIG. 82 - Cuneo.



Gli aerei a reazione costituiscono una notevole applicazione di un Principio della Dinamica (Aeronautica Militare).

DINAMICA

I TRE PRINCIPI DELLA DINAMICA

Primo Principio della Dinamica (o di inerzia).

Un'automobile ferma su una strada orizzontale resta ferma sino a quando non intervengono nuovi fattori (azione del motore, urto di un altro veicolo ecc....); si può constatare che, in ogni caso, un corpo fermo (in quiete) resta in quiete se non intervengono forze capaci di metterlo in moto (inerzia di quiete).

Un'automobile in moto su una strada orizzontale non si ferma subito quando cessa l'azione del motore, ma prosegue ulteriormente nel suo moto; in pratica la velocità gradualmente diminuisce e il veicolo si ferma: ciò avviene perché l'aria oppone una certa resistenza al moto dei corpi (la si nota, per esempio, mettendo una mano fuori dal finestrino di un veicolo che si muove rapidamente) e perché intervengono altre forze dovute al cosiddetto « attrito » tra le ruote e la superficie stradale (se ne parlerà in seguito). Se non vi fossero tali resistenze, cioè se non intervenissero forze, il veicolo continuerebbe il suo moto con velocità costante e in linea retta (inerzia di moto).

Si rilevano gli effetti dell'inerzia di moto per esempio quando il veicolo viene frenato bruscamente o urta un ostacolo: le persone e gli og-

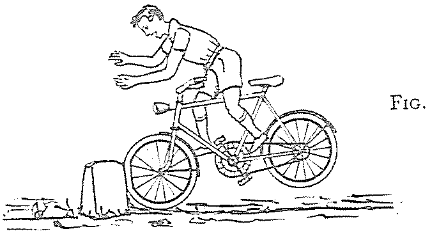


FIG. 83 – Il ciclista viene sbalzato in avanti poiché tende a conservare il proprio moto (inerzia di moto).

getti trasportati sono spinti in avanti perché, essendo in moto, tendono a conservare il loro moto.

Quando un'automobile percorre una curva « stretta » con notevole velocità, le persone trasportate si sentono energicamente spinte verso l'esterno; se la strada fosse ghiacciata il veicolo proseguirebbe in linea retta ed uscirebbe di strada. Si può constatare, in ogni caso, che corpi in moto non variano la direzione del loro moto se non intervengono delle forze (inerzia di direzione).

L'osservazione di molti fenomeni analoghi a quelli citati hanno permesso di enunciare il

Primo Principio della Dinamica (o di inerzia). Un corpo mantiene il suo stato di quiete o di moto rettilineo ed uniforme finchè non intervengono cause che modificano tale stato.

Secondo Principio della Dinamica

Si è detto che per mettere in moto un corpo o per variarne la velocità o la direzione è necessario applicare una forza; dunque una forza, applicata ad un corpo libero di muoversi, genera una variazione di velocità (ad ogni variazione di direzione del moto corrisponde una variazione di velocità), cioè produce una accelerazione. È interessante studiare la relazione tra forza applicata e accelerazione prodotta.

Se, mediante una fune, si tira un leggero carrettino su una strada liscia e orizzontale, il veicolo si muove nella direzione della forza applicata dalla fune e, in pochi secondi, è possibile fargli raggiungere, senza sforzo, una certa velocità. Ma se il carrettino fosse, per esempio, carico di sassi, si dovrebbe applicare una forza più grande perché raggiunga, nello stesso tempo, la stessa velocità; se si applicasse la medesima forza del caso precedente l'accelerazione risulterebbe minore. In generale, si verifica che la stessa forza non genera la medesima accelerazione quando è applicata a corpi diversi e che l'accelerazione dovuta ad una forza, applicata ad un

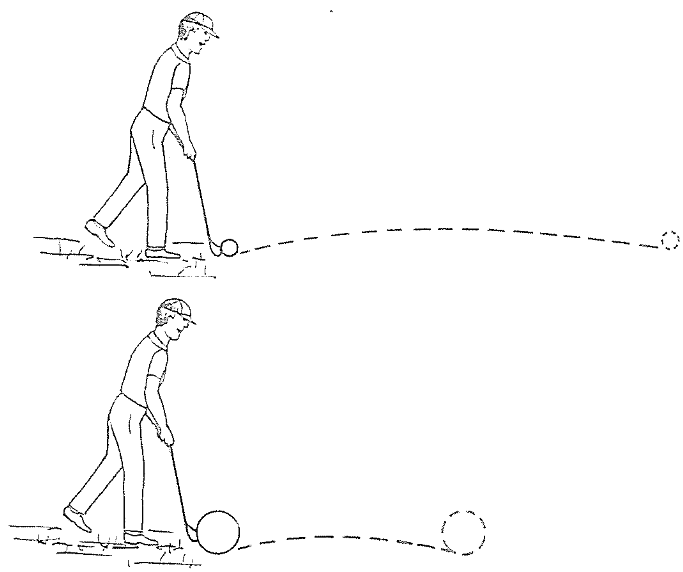


Fig. 84 – La stessa forza determina nella palla di massa maggiore una accelerazione minore e quindi la traiettoria risulta più breve.

determinato corpo, dipende dalla intensità di tale forza. Precisamente: se una forza $\vec{F}$ applicata ad un dato corpo genera un'accelerazione $\vec{a}$, una forza di intensità doppia $2\,F$, applicata allo stesso corpo, genera un'accelerazione doppia $2\,a$, una forza tripla $3\,F$ genera un'accelerazione tripla $3\,a$ ecc.; cioè le accelerazioni prodotte sono direttamente proporzionali alle forze applicate, per cui risultano costanti i rapporti

$$\frac{F}{a} = \frac{2\,F}{2\,a} = \frac{3\,F}{3\,a} = \ldots$$

Ciò è espresso nel

Secondo Principiò della Dinamica. Una forza applicata ad un corpo libero di muoversi produce una accelerazione che è proporzionale all'intensità della forza e che avviene nella direzione della forza stessa.

Se ne deduce che quando la forza è costante anche l'accelerazione non varia; quindi il moto naturalmente accelerato (in cui l'accelerazione è costante) è dovuto all'azione di una forza di intensità costante.

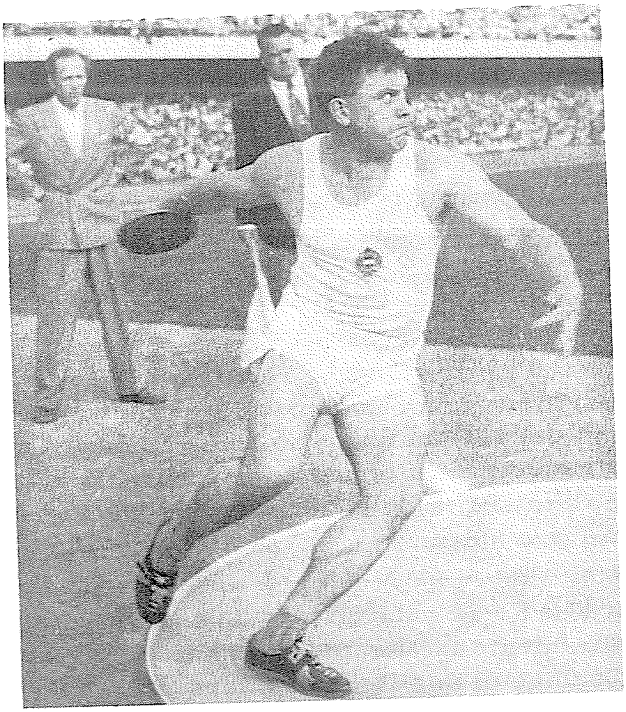
Ricordando il Primo Principio si può aggiungere che se un corpo si muove di moto rettilineo ed uniforme, esso non è soggetto all'azione di alcuna forza. Il motore di un'automobile che viaggia con moto uniforme, su una strada diritta e orizzontale, produce esattamente la forza necessaria per equilibrare le forze dovute all'attrito delle ruote ed alla resistenza dell'aria.

« Massa » di un corpo

Si è detto che, per un dato corpo, è costante il rapporto $\boldsymbol{F}/\boldsymbol{a}$; questo valore, che si indica con **m**, è una caratteristica del corpo considerato e si dice massa del corpo; si ha dunque:

$$\boxed{\frac{F}{a} = m} \quad .$$

La **massa** di un corpo è il rapporto costante fra l'intensità di una forza applicata e l'accelerazione che questa imprime al corpo stesso.



L'accelerazione impressa al disco dipende dalla sua massa e dalla forza applicata dal lanciatore.

In generale risulta l'*equazione fondamentale della Dinamica*:

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}} \quad . \tag{12}$$

Si è già detto che l'*unità di massa* nel Sistema Giorgi è il *chilogrammo-massa* (kg_m).

Osservazione. Se la forza $\vec{F}$ produce, per esempio, un'accelerazione $\vec{a}$ quando è applicata ad un pezzo di ferro avente il volume di 1 dm^3, occorrono forze doppie, triple, . . . per produrre la stessa accelerazione in volumi doppi, tripli, . . . dello stesso metallo. Cioè volumi doppi, tripli, . . . di una data sostanza hanno massa doppia, tripla, . . . Per questo, comunemente, si dice che la massa esprime la « *quantità di materia di un corpo* ».

Unità dinamica di misura delle forze

Se nell'equazione fondamentale della Dinamica, espressa dalla (12), si pone $m = 1$ kg_m e $a = 1$ m/sec^2 si ottiene un valore di $\vec{F}$ che viene assunto come unità di misura delle forze del Sistema Giorgi. Tale unità è chiamata *newton* e si indica N.

> *Il* **newton** *è la forza che imprime alla massa di 1 chilogrammo l'accelerazione di 1 m sec^2.*

Peso di un corpo

Già si è detto che il peso di un corpo è una particolare forza dovuta alla gravità. Una pallina metallica o un sassolino lasciati cadere nell'aria si dirigono rapidamente verso il basso; invece una piuma o un pezzetto di carta cadono più lentamente per effetto della resistenza dell'aria. Però usando un tubo di vetro, con un rubinetto a tenuta, dal quale sia possibile togliere l'aria (per mezzo di una speciale « macchina pneumatica »), si può verificare che *nel vuoto tutti i corpi cadono con la stessa velocità; in un dato luogo l'accelerazione dovuta alla gravità* ($\vec{g}$) *è uguale per tutti i corpi*. Il valore dell'accelerazione di gravità varia lievemente con la latitudine (è massima al Polo, dove vale 9,83 m/sec^2, e minima all'Equatore, dove vale 9,78 m/sec^2) e con l'altitudine (diminuisce con l'aumentare della distanza dal

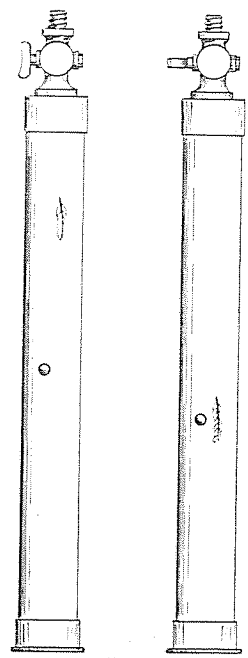


FIG. 85.

centro della Terra). Il valore medio dell'accelerazione di gravità, sulla nostra Terra, è $g = 9{,}80$ m sec^2.

Ponendo $\vec{a} = \vec{g}$ nella (12) si ottiene il valore della forza che esprime il peso di un corpo di massa m:

$$\boxed{\vec{P} = m\,\vec{g}} \quad . \tag{13}$$

Il **peso** di un corpo è misurato dal prodotto della sua massa per l'accelerazione di gravità.

Come già accennato, il peso e la massa di un corpo non sono la stessa cosa; la massa di un corpo è uguale in ogni luogo, mentre il peso dipende dal valore dell'accelerazione di gravità del luogo in cui il corpo stesso si trova. Sulla Luna, dove il valore della gravità è più piccolo, il peso di un determinato corpo sarebbe notevolmente minore che sulla Terra.

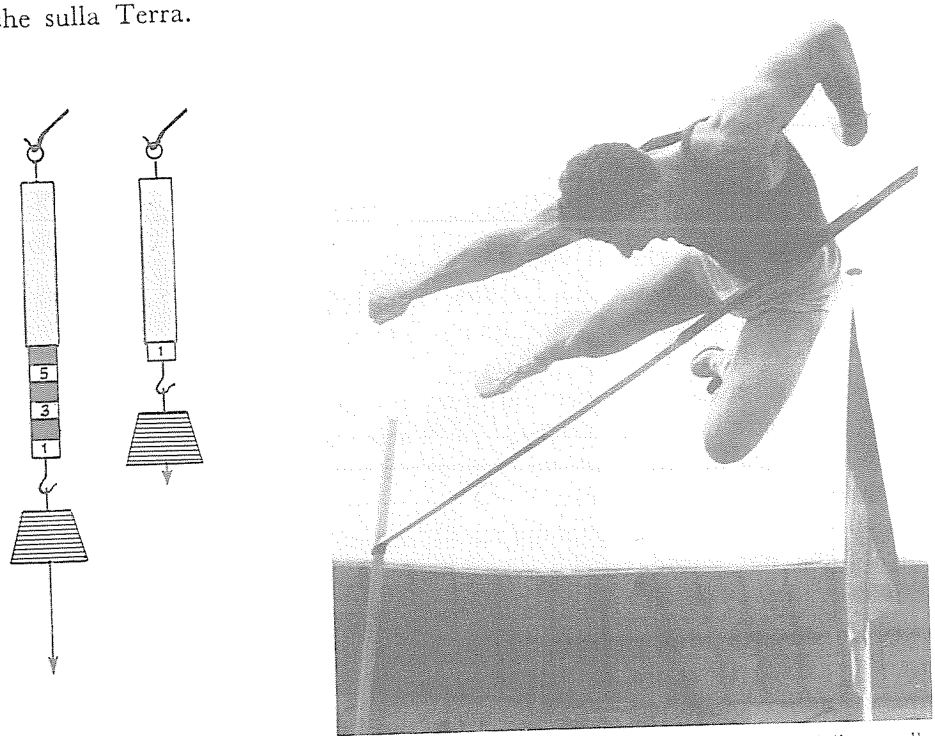


FIG. 86 – Una stessa massa provoca effetti diversi su due identici dinamometri, posti l'uno sulla Terra (disegno a sinistra) e l'altro sulla Luna (disegno a destra): su quest'ultima la forza di gravità risulta circa sei volte minore. Un saltatore in alto, che sulla Terra supera i 2 metri, sulla Luna potrebbe superare agevolmente i 12 metri di altezza.

Dalla (13) risulta che, in uno stesso luogo, corpi di uguale massa hanno uguale peso.

Si è detto, nella Statica, che il chilogrammo-peso (kg_p) è praticamente usato come unità di forza; è utile paragonare questa unità con il newton:

$$1 \ N = 1 \ kg_m \ . \ 1 \ \frac{m}{sec^2} \ ;$$

$$1 \ kg_p = 1 \ kg_m \ . \ 9{,}8 \ \frac{m}{sec^2} \ ;$$

ne deriva che:

$$\boxed{1 \ kg_p = 9{,}8 \ N} \ .$$

E S E R C I Z I O – Un pezzo di ferro pesa 80 kg sulla Terra; che peso avrebbe su un corpo celeste dove l'accelerazione di gravità fosse $g = 19{,}6 \ m/sec^2$?

La massa del pezzo di ferro è $m = \frac{80}{9{,}8} \ kg_m$ *; il suo peso sul corpo celeste considerato sarà :*

$$\left(\frac{80}{9{,}8} \ . \ 19{,}6\right) \ kg\text{-}peso = 160 \ kg\text{-}peso .$$

Concetto di pressione

Se si cammina sulla neve non gelata le scarpe vi sprofondano, mentre questo non accade quando si usano gli sci, che appoggiano su una super-

L'impiego degli sci permette di distribuire il peso su una superficie maggiore.

ficie maggiore. Ciò avviene perché nel primo caso è più grande la pressione che il peso del nostro corpo esercita sulla neve.

> Si dice **pressione** il rapporto tra l'intensità di una forza $\vec{F}$, che agisce in direzione perpendicolare ad una superficie, e l'area S di tale superficie;

quindi, indicando con p la pressione, è:

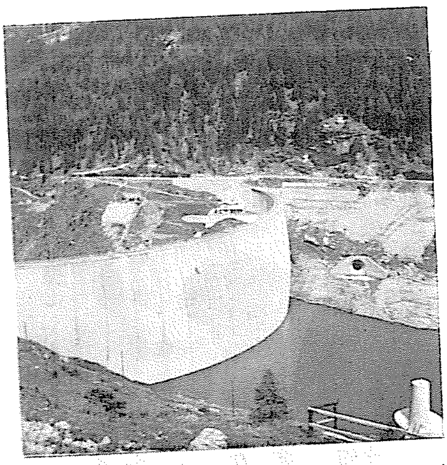
$$\boxed{p = \frac{F}{S}}\ .$$

Nel Sistema Giorgi l'unità di misura della pressione è il newton al m^2 (N/m^2); però comunemente la pressione si misura in kg-peso al cm^2 (kg/cm^2) oppure in atmosfere (quest'ultima unità verrà definita in seguito).

Se si appoggia successivamente sulle diverse facce un mattone sopra un mucchio di sabbia, la forza esercitata dal peso di tale corpo è sempre la stessa ma la pressione varia; precisamente è più grande quando il mattone è appoggiato sulla base minore (infatti, in questo caso, il mattone affonda maggiormente nella sabbia).

I coltelli e gli scalpelli, che hanno superficie di appoggio molto piccola, permettono di esercitare, a parità di forza premente, una forte pressione, che li fa penetrare nei corpi anche duri.

Invece quando si vuole limitare la pressione si cerca di aumentare la superficie di appoggio; per questo il peso dei grandi locomotori ferroviari è distribuito su un notevole numero di ruote.



Le pressioni esercitate dalle grandi masse d'acqua contenuta nei bacini artificiali raggiungono valori enormi; si devono quindi realizzare dighe aventi opportune caratteristiche tecniche (diga a profilo circolare e diga a gradinata).

Peso specifico e densità

Un grosso tronco di legno pesa di più di un chiodino di ferro, ma non per questo si dice che il legno pesa più del ferro: è utile paragonare tra loro i pesi di uguali volumi di sostanze diverse, cioè considerare il peso specifico di ciascun corpo.

> Si dice **peso specifico assoluto** di un corpo, e lo si indica con p_a, il rapporto tra il suo peso P e il suo volume V.

Perciò è:

$$\boxed{p_a = \frac{P}{V}} \quad . \tag{14}$$

Se per esempio il peso è misurato in **grammi** ed il volume in **cm³**, il peso specifico assoluto risulta espresso in $\frac{\textbf{grammi-peso}}{\textbf{cm}^3}$; tuttavia, per brevità, questa indicazione viene generalmente omessa. Si ottiene lo stesso valore di p_a se il peso è misurato in **kg** e il volume in **dm³**, oppure se il peso è misurato in **tonnellate** ed il volume in **m³**. Infatti basta osservare che è: 1 kg = 1'000 g; 1 dm³ = 1'000 cm³ ecc. (*). Sovente, per caratterizzare una sostanza, si considera il suo peso specifico relativo, cioè si paragona il peso di un corpo formato da tale sostanza con il peso di un uguale volume di un'altra sostanza nota (acqua).

> Si dice **peso specifico relativo** di un corpo, e lo si indica con p_r, il rapporto tra il peso P del corpo e quello P' di un uguale volume di acqua distillata alla temperatura di 4 °C.

Perciò è:

$$\boxed{p_r = \frac{P}{P'}} \quad .$$

Poiché 1 cm³ di acqua pura a 4 °C pesa 1 grammo, il peso specifico assoluto e quello relativo di una data sostanza sono espressi dallo stesso numero.

(*) In questo caso non si segue il Sistema Giorgi, secondo il quale si dovrebbe esprimere il peso specifico in newton al m³.

Anziché il peso di un corpo si può considerare la sua massa.

Si dice **densità** *d* di un corpo il rapporto tra la sua massa *m* e il suo volume *V*.

Cioè è:

$$\boxed{d = \frac{m}{V}} \ .$$

Anche la densità si può esprimere in **g al cm³**, **in kg al dm³** o **in tonnellate al m³**; si ottiene sempre lo stesso valore, che è rappresentato dallo stesso numero che esprime il peso specifico assoluto o relativo della sostanza considerata. In particolare il peso specifico assoluto, quello relativo e la densità dell'acqua a 4 °C sono espressi dal numero 1. Però la densità e il peso specifico non sono grandezze uguali, così come non lo sono la massa e il peso di un corpo, anche se le loro misure sono espresse dallo stesso numero.

Misura del peso specifico

Il peso specifico di una data sostanza si può determinare con il metodo del picnometro, boccetta a collo largo, nella quale si può adattare un cannello sottile portante inciso un segno di riferimento.

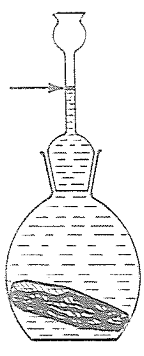


FIG. 87.

Per determinare il peso specifico di un liquido, dopo aver ricavato il peso p del picnometro vuoto, lo si riempie col liquido sino al segno di riferimento e lo si ripesa. Se P è il peso totale, il peso del liquido sarà P — p.

Si vuota poi il picnometro e, dopo averlo lavato accuratamente, lo si riempie di acqua distillata sino al solito segno e lo si pesa nuovamente. Se P' è il nuovo peso, quello della sola acqua sarà P' — p; perciò il peso specifico relativo p_r è:

$$p_r = \frac{P - p}{P' - p} \ .$$

Il valore numerico trovato è lo stesso del peso specifico assoluto e della densità, se si usano le stesse unità di misura.

In modo analogo si può misurare il peso specifico dei solidi non solubili in acqua: si ricavano le misure del peso P del corpo e quello di un ugual volume di acqua P' e si esegue il quoziente ottenendo:

$$p_r = \frac{P}{P'} \ .$$

Nella pratica il peso specifico si determina anche con altri metodi che verranno descritti in seguito.

Con opportune, accuratissime misure si sono ricavati i pesi specifici delle diverse sostanze.

La considerazione dei pesi specifici è molto utile in Merceologia perché permette di stabilire se un corpo è veramente costituito di una determinata sostanza.

Pesi specifici di alcune sostanze (in g/cm³)

SOLIDI		LIQUIDI	
Alluminio	2,70	Acido solforico	1,83
Argento	10,51	Acqua distillata a 4 °C	1,00
Ferro.	7,86	Acqua di mare (valore medio)	1,03
Ghiaccio	0,92	Alcool etilico	0,8
Legno secco (valore medio)	0,5	Benzina (valore medio).	0,7
Marmo	2,7	Etere	0,71
Oro	19,36	Glicerina	1,27
Piombo	11,34	Latte	1,03
Platino	21,3	Mercurio	13,59
Rame	8,93	Nafta (valore medio) .	0,78
Sughero	0,25	Olio d'oliva	0,91
Zinco	6,98	Petrolio (valore medio).	0,8

ESERCIZIO – Un lingotto massiccio d'oro di dimensioni 10 cm, 5 cm, 2 cm, pesa 1'600 g. Il lingotto è di oro puro?

Il volume è:

$$V = (10 \cdot 5 \cdot 2)\ cm^3 = 100\ cm^3,$$

perciò il peso specifico è:

$$p_a = \frac{1600}{100} = 16\ (*).$$

Il peso specifico dell'oro è 19,36; perciò il lingotto considerato è costituito, almeno in parte, di sostanze diverse.

(*) Per l'esattezza si dovrebbe scrivere $p_a = 16$ grammi-peso/cm³, ma comunemente tale indicazione si omette.

Terzo Principio della Dinamica (o « di azione e reazione »)

Si consideri una molla, tenuta tesa da un peso, in posizione di equilibrio. Il peso tende la molla verso il basso, ma questa tira il peso verso

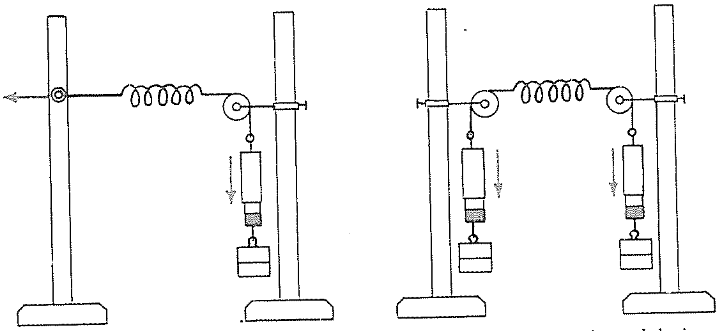
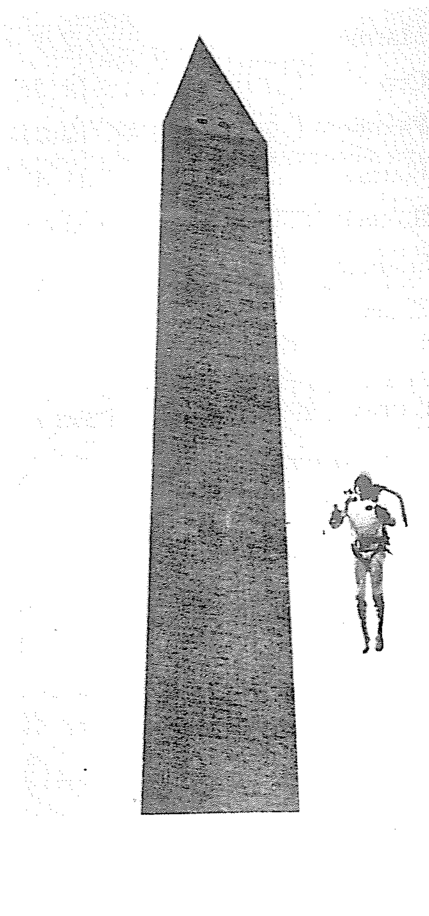


FIG. 88 – Uno stesso peso viene equilibrato indifferentemente dalla reazione del vincolo (disegno a sinistra) e da un ugual peso (disegno a destra).

l'alto; essendovi equilibrio le due forze hanno direzione ed intensità uguali, ma versi opposti: si dice che sono uguali e contrarie.



L'apparato a reazione, che permette all'uomo di sollevarsi verticalmente, costituisce una originale applicazione del III Principio della Dinamica.

Un corpo posato su un tavolo resta immobile, in equilibrio, perché alla forza dovuta al peso del corpo, diretta verticalmente verso il basso, se ne oppone una uguale e contraria, dovuta alla cosiddetta « reazione del vincolo », cioè del tavolo su cui appoggia. Questi esempi fanno capire che, quando si applica una forza (azione) ad un corpo, questo genera un'altra forza (reazione) che è uguale e contraria alla prima. Ciò può essere confermato con altri esperimenti. Si considerino, ad esempio, una calamita e un blocchetto di ferro posati su due pezzi di sughero che galleggiano sull'acqua; mettendo i due corpi a distanza opportuna si nota che tutti e due si spostano, uno verso l'altro: la calamita attira il ferro e questo attira la calamita. Per la stessa ragione, sparando al tiro a segno, si constata che il fucile è spinto contro la spalla quando il proiettile riceve una spinta dalla parte opposta (l'accelerazione impressa al fucile è minore perché questo ha una massa più grande, ma le due forze sono uguali e contrarie anche in questo caso).

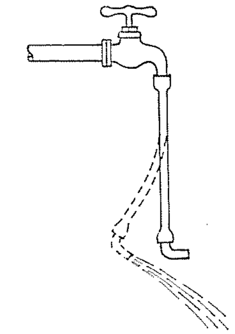


FIG. 89 – L'efflusso dell'acqua determina, per reazione, lo spostamento del tubo flessibile.

In generale vale il

Terzo Principio della Dinamica (o di azione e reazione). Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

Questo principio permette di capire il funzionamento dei moderni aeroplani a reazione e dei razzi, di cui si parlerà in Termologia.

Impulso e quantità di moto (*)

Si consideri una forza $\boldsymbol{F}$ agente su un corpo di massa $\boldsymbol{m}$ per $\boldsymbol{t}$ secondi; poichè in tale tempo la velocità passa dal valore zero ad un valore $\boldsymbol{v}$, l'accelerazione risulta $\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{t}}$. Sostituendo tale valore nella formula $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{a}$ si ottiene $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{m} \cdot \frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{t}}$, ossia

$$\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{t} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{v} \quad .$$

(*) Si ritiene opportuno ripetere che, anche nelle relazioni vettoriali che seguono, ove non vi sia possibilità di equivoco, viene omessa, per semplicità, la freccia caratterizzante i vettori.

Il prodotto $F \cdot t$ misura il cosiddetto impulso della forza, mentre il prodotto $m \cdot v$ esprime la quantità di moto; l'uguaglianza ora dedotta costituisce la relazione tra tali grandezze.

Quando si spara una fucilata agiscono due forze uguali (e per lo stesso tempo) sul proiettile e sul fucile; i due corpi ricevono impulsi uguali ed acquistano quindi uguali quantità di moto. Se m_1 e v_1 sono rispettivamente la massa del proiettile e la velocità dallo stesso acquistata ed m_2 e v_2 la massa e la velocità acquistata dal fucile, sarà

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2,$$

cioè

$$v_1 : v_2 = m_2 : m_1 \quad .$$

Poichè m_2 è molto più grande di m_1, la velocità v_2 risulta assai più piccola di v_1; ecco perchè l'urto del fucile contro la spalla non ferisce chi spara.

STUDIO DI ALCUNI MOTI PARTICOLARI

Le proprietà fisiche apprese sono utili per studiare alcuni moti particolari.

Caduta libera dei corpi

Si è detto che, nel vuoto, tutti i corpi impiegano ugual tempo a cadere dalla medesima altezza e che sulla Terra l'accelerazione di gravità vale circa $g = 9{,}8 \dfrac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. Per piccole altezze di caduta, il valore della gravità si può ritenere costante anche se, in realtà, varia con l'altitudine; perciò diremo che un corpo abbandonato nel vuoto cade con moto naturalmente accelerato.

Ponendo $a = g$ nelle (5) e (6), si ottengono le seguenti altre formule, che esprimono le leggi relative alla caduta libera dei corpi

$$(15) \qquad \boxed{v = g\,t} \qquad\qquad \boxed{s = \frac{1}{2}\,g\,t^2} \quad . \qquad (16)$$

ESERCIZIO – Un sassolino lasciato cadere dalla sommità di una torre giunge a terra dopo 3 secondi. Calcolare l'altezza della torre e la velocità con la quale il sassolino arriva al suolo.

Trascurando la resistenza dell'aria si avrà:

$$s = \left(\frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 3^2\right) m = 44{,}1\ m;$$

$$v = (9{,}8 \cdot 3)\ m/sec = 29{,}4\ m/sec.$$

Moto di un corpo lanciato verticalmente verso l'alto

Se si trascura la resistenza opposta dall'aria, si può supporre che un corpo lanciato verticalmente verso l'alto sia soggetto solamente ad una forza dovuta al peso del corpo stesso. Indicando con v_0 la velocità iniziale del corpo e con g l'accelerazione di gravità (che si suppone costante, per cui il moto risulta uniformemente ritardato), dalle (**10**) si ha allora il sistema

$$\begin{cases} v = v_0 - g\,t \\ s = v_0\,t - \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 \end{cases}$$

Per calcolare l'altezza massima raggiunta basta osservare che, a tale quota, la velocità si annulla per un istante, prima che il corpo ricada; deve quindi essere $v_0 - g\,t = 0$, da cui $t = \dfrac{v_0}{g}$; sostituendo nell'altra formula, si ottiene che la quota massima raggiunta è

$$s = v_0\,\frac{v_0}{g} - \frac{1}{2}\,g\,\frac{v_0^2}{g^2} = \frac{1}{2}\,\frac{v_0^2}{g}\,.$$

In pratica il corpo non giunge a tale altezza a causa della resistenza dell'aria, per la quale una parte dell'energia cinetica viene trasformata in calore.

Moto di un corpo lanciato obliquamente

È interessante il caso di un corpo lanciato verso l'alto in direzione non verticale; è questo ad esempio il moto di un proiettile di un cannone. Sia $\vec{v}$ la velocità iniziale e siano $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$ le componenti di tale velocità rispetto agli assi cartesiani $\boldsymbol{x}$ ed $\boldsymbol{y}$. Il moto del proiettile può essere considerato come la risultante di due moti, uno naturalmente ritardato in direzione verticale con velocità iniziale $\vec{v}_y$ ed accelerazione $-\vec{g}$, ed uno orizzontale, uniforme (perché la componente orizzontale della forza di

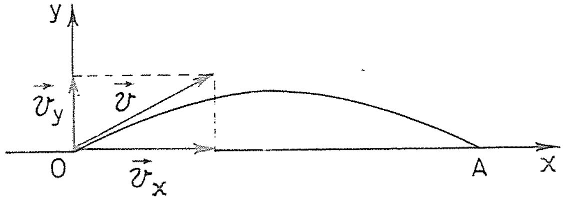


Fig. 90.

gravità è nulla) con velocità $\vec{v}_x$. Perciò le componenti x ed y, sugli assi cartesiani, degli spazi percorsi nel tempo t sono

$$\begin{cases} x = v_x\, t \\ y = v_y\, t - \dfrac{1}{2}\, g\, t^2 \end{cases}$$

Eliminando la t si ottiene l'equazione della traiettoria

$$y = \frac{v_y}{v_x}\, x - \frac{1}{2}\, \frac{g}{v_x^2}\, x^2 \ ;$$

è questa l'equazione di una parabola che passa per l'origine e volge la concavità verso il basso. Ponendo in essa $y = 0$ si ottiene un'equazione di 2° grado le cui soluzioni sono le ascisse del punto O di partenza ($x_1 = 0$) e del punto A in cui il proiettile ripassa per la quota di partenza (gittata).

Risolvendo l'equazione citata si ottiene che

$O\,A = \dfrac{2}{g}\, v_x \cdot v_y$; quindi, se resta inalterato il valore numerico della velocità iniziale (cioè la lunghezza del vettore che la rappresenta), la gittata $O\,A$ risulta massima quando $v_x = v_y$, cioè quando l'angolo α della bocca da fuoco (cioè del vettore $\vec{v}_x$) con l'orizzonte è di 45°. (Infatti è noto che il prodotto delle dimensioni di rettangoli di data diagonale risulta massimo quando il rettangolo diviene un quadrato).

Semplici considerazioni matematiche permettono di ottenere le coordinate del vertice della parabola ricavando, in particolare, l'altezza massima raggiunta dal proiettile. Basta eliminare la y nel sistema formato dall'equazione della parabola e dall'equazione di una generica retta parallela all'asse delle ascisse e porre la condizione che sia nullo il discriminante dell'equazione di 2° grado così ottenuta; infatti la tangente alla parabola nel suo vertice è parallela all'asse delle x.

Come si è accennato, il moto ora studiato si riferisce al caso teorico in cui il proiettile si muova nel vuoto e non sia soggetto ad altre azioni perturbatrici. Per lo studio pratico del moto dei proiettili nell'aria (balistica) occorre tener conto anzi tutto della resistenza dell'aria ed anche di altri fattori, quali la direzione del vento e l'effetto della rotazione terrestre.

Discesa lungo un piano inclinato

Un corpo che scende lungo un piano inclinato è sollecitato da una forza minore di quella dovuta al suo peso. Come si è visto, trascurando l'attrito e la resistenza dell'aria, l'intensità della forza F che agisce sul corpo parallelamente al piano è espressa dalla formula

$$F = P \cdot \frac{h}{l},$$

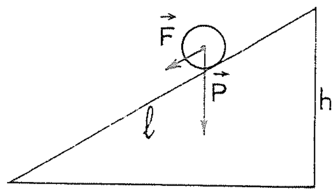


Fig. 91.

in cui P è il peso del corpo, h ed l sono rispettivamente l'altezza e la lunghezza del piano. Poiché, in tale formula, h, l e P sono costanti, pure F risulta costante e perciò l'accelerazione di un corpo che scende lungo un piano inclinato è costante. Essendo la massa del corpo invariabile e $F < P$, l'accelerazione a di caduta lungo il piano inclinato risulta minore di quella, g, della caduta libera verticale. Precisamente poiché

$$\frac{F}{P} = \frac{h}{l},$$

tenuto presente che, per il II° Principio della Dinamica, a parità di massa le accelerazioni sono proporzionali alle forze che le producono, si ottiene $\frac{a}{g} = \frac{h}{l}$, ossia

$$\boxed{a = g\,\frac{h}{l}}\,.$$

Come si vede l'accelerazione diminuisce al diminuire della inclinazione del piano.

Galileo Galilei riuscì a ricavare le leggi di caduta libera dei gravi mediante lo studio dei moti lungo piani con diverse inclinazioni, dopo aver osservato che il movimento conservava le sue caratteristiche cinematiche di moto naturalmente accelerato anche se veniva ridotto il valore dell'accelerazione col diminuire dell'inclinazione del piano usato; si può dunque dire che la genialità sperimentale di Galileo permise di studiare il fenomeno al « rallentatore ».

Osservazione. Un corpo che cade verticalmente da un punto A, situato all'altezza h (Fig. 92), raggiunge il suolo con la velocità $v_1 = \sqrt{2\,g\,h}$; lo stesso corpo, quando scende lungo un piano inclinato di lunghezza l, raggiunge il suolo con velocità finale

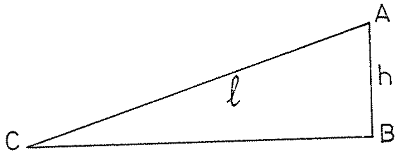


Fig. 92.

$$v_2 = \sqrt{2\,g\,\frac{h}{l}\,l} = \sqrt{2\,g\,h}\,.$$

Quindi, trascurando al solito gli attriti, le due velocità finali risultano identiche.

Si può comunque dimostrare che, per qualsiasi traiettoria percorsa, la velocità finale dipende esclusivamente dalla distanza di A dal suolo.

IL PENDOLO

Il pendolo semplice

Una pallina metallica sospesa ad un punto fisso per mezzo di una funicella perfettamente flessibile, non elastica e di peso trascurabile, costituisce un pendolo semplice.

Sulla pallina agisce la forza P dovuta al suo peso. Si supponga che la pallina stessa sia spostata di poco dalla posizione di equilibrio C e portata nel punto A; la forza P si può scomporre nelle due forze F_1 ed F_2. La

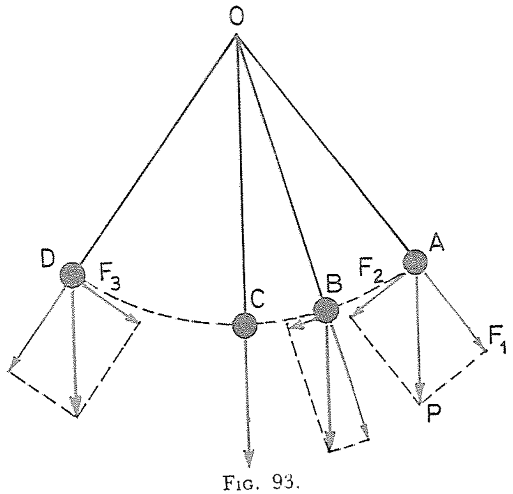


Fig. 93.

prima agisce nella direzione della funicella (non elastica) e perciò non produce alcun effetto oltre quello di tener tesa la funicella stessa; la seconda, perpendicolare alla precedente, fa sì che la pallina si sposti verso il basso descrivendo un arco di circonferenza. Osservando la figura si comprende che, quando la pallina è nel punto *B*, la componente che la fa muovere è minore di F_2; tale componente è ridotta a zero quando la pallina si trova nel punto *C*. Perciò la pallina si sposta da *A* verso *C* essendo soggetta ad una forza variabile: il suo moto è accelerato, ma non uniformemente accelerato (non essendo costante la forza agente non lo sarà neppure l'accelerazione relativa). La pallina giunge in *C* e prosegue il suo moto per inerzia: però, adesso, rallenta essendovi una forza che si oppone al moto stesso (per esempio nel punto *D* è la F_3). Ad un certo punto la pallina si fermerà un istante e poi percorrerà il cammino in senso inverso e così via, cioè continuerà ad oscillare con un moto che non è né uniforme né uniformemente accelerato o ritardato (moto pendolare od oscillatorio).

A causa della resistenza dell'aria le oscillazioni si smorzeranno sino a quando il pendolo si fermerà.

Definizioni relative al pendolo semplice

Si consideri il pendolo semplice qui raffigurato, che oscilla tra *A* e *B*:

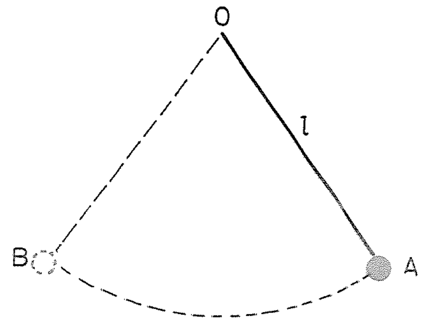


Fig. 94.

a) la distanza fra il punto di sospensione e la pallina puntiforme che oscilla, cioè la lunghezza del segmento *O A*, è detta lunghezza del pendolo e si indica con l;

b) il punto mobile passando da una posizione estrema A all'altra *B* compie un'oscillazione semplice; se ritorna nella posizione iniziale dopo aver raggiunto l'altra posizione estrema, cioè dopo aver percorso due volte l'arco $\overset{\frown}{AB}$, all'andata e al ritorno, compie una oscillazione completa;

c) l'angolo $A\widehat{O}B$ è l'ampiezza dell'oscillazione;

d) il tempo impiegato per compiere un'oscillazione completa si dice periodo del moto oscillatorio e si indica con T;

e) il numero di oscillazioni compiute in un secondo si dice frequenza e si indica con ν.

Leggi del pendolo

Alcuni facili esperimenti permettono di ricavare le principali leggi del pendolo.

I) Si sposti lateralmente, solo di poco, la pallina di un pendolo semplice in modo da farla oscillare e, usando un contasecondi, si conti il numero delle oscillazioni compiute in 1 minuto primo; si ripeta l'esperimento dopo aver fermato il pendolo e averlo rimesso in moto spostandolo un po' di più (ma non molto) dalla posizione di equilibrio. Si potrà constatare che, nello stesso tempo, il pendolo compie lo stesso numero di oscillazioni (purché la loro ampiezza non sia superiore a 4°). Se ne conclude che

> le piccole oscillazioni di uno stesso pendolo hanno tutte la stessa durata (perciò si dice che sono isocrone).

II) Costruendo diversi pendoli semplici di uguale lunghezza (con palline di legno, di vetro ecc.) e contando il numero di oscillazioni che ognuno di essi compie nello stesso tempo, si può constatare che

> il periodo di oscillazione non dipende nè dalla natura nè dalla massa del corpo puntiforme che oscilla.

III) Risulta sperimentalmente che il periodo di oscillazione dipende dalla lunghezza del pendolo. I tre pendoli indicati nella Fig. 96 sono lunghi rispettivamente 10 cm, 40 cm e 90 cm; con un contasecondi si misuri il tempo impiegato dal pendolo più corto a compiere un certo numero di

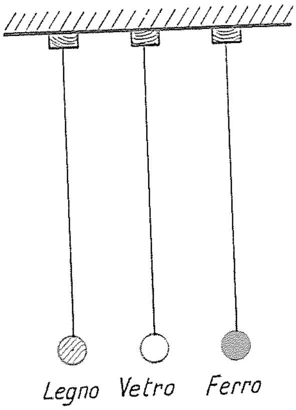


Fig. 95.

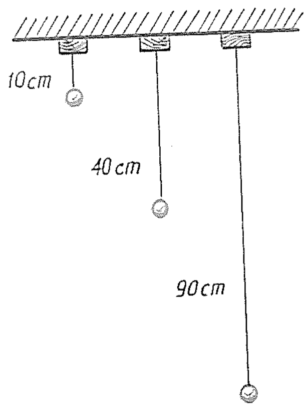


Fig. 96.

oscillazioni; si può verificare che, per compiere lo stesso numero di oscillazioni, il pendolo di 40 cm impiega un tempo doppio e quello più lungo un tempo triplo; quindi i periodi di oscillazione stanno fra loro come 1 : 2 : 3

quando le lunghezze dei rispettivi pendoli stanno tra loro come 1 : 4 : 9. Si osservi che $3 = \sqrt{9}$; $2 = \sqrt{4}$ e $1 = \sqrt{1}$.

Si può dimostrare che, in ogni caso,

> il periodo di oscillazione di un pendolo semplice è direttamente proporzionale alla radice quadrata della sua lunghezza.

IV) Il pendolo oscilla a causa del suo peso, cioè della gravità: il tempo impiegato a compiere una oscillazione dipende anche dalla gravità. È stato dimostrato che

> il periodo di oscillazione di un pendolo è inversamente proporzionale alla radice quadrata della accelerazione di gravità.

Vale la seguente formula, che riassume le leggi predette, nella quale l rappresenta la lunghezza del pendolo semplice, T il suo periodo (tempo impiegato a compiere una oscillazione completa), g l'accelerazione di gravità e π il numero noto della geometria che vale approssimativamente 3,14:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \quad . \qquad (17)$$

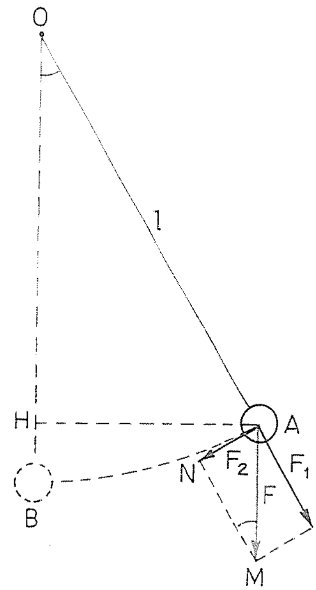


FIG. 97.

La (17) si può anche dedurre teoricamente. Si supponga che l'ampiezza dell'oscillazione sia assai piccola (non superiore a 4°) in modo che, senza sensibile errore si possa confondere l'arco AB col segmento AH della perpendicolare condotta da A sulla direzione OB. I triangoli rettangoli OHA e AMN sono simili avendo $\widehat{HOA} = \widehat{NMA}$ (lati paralleli ed entrambi discordi); sarà allora

$$F_2 : F = AH : l \ .$$

Se g è l'accelerazione di gravità ed a l'accelerazione impressa dalla forza F_2 alla pallina di massa m, per il II Principio della Dinamica sarà

$$F = m \cdot g \quad ; \quad F_2 = m \cdot a \quad ;$$

dalla precedente proporzione si ottiene

$$\frac{m\,a}{m\,g} = -\frac{A\,H}{l} \quad (*)$$

da cui

$$a = -\frac{g}{l} \cdot AH \quad .$$

Poichè in un determinato luogo il rapporto $\frac{g}{l}$ è costante, l'accelerazione risulta proporzionale allo spostamento $A\,H$; questa è appunto la caratteristica del moto armonico per cui vale la nota formula

$$a = -\left(\frac{2\,\pi}{T}\right)^2 s \quad .$$

Confrontando con la formula precedente, essendo $AH = s$, si ha

$$\frac{4\,\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l} \quad ,$$

da cui si ricava

$$T = 2\,\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad .$$

(*) Il segno — esprime semplicemente il fatto che, come in ogni moto armonico, l'accelerazione ha sempre verso opposto allo spostamento.

1) Per un corpo rigido che oscilli intorno ad un asse non passante per il suo baricentro (pendolo composto) valgono leggi analoghe a quelle citate; in particolare è valida la legge per cui le piccole oscillazioni sono isocrone. Questo fatto è utilizzato per la misura del tempo (orologio a pendolo).

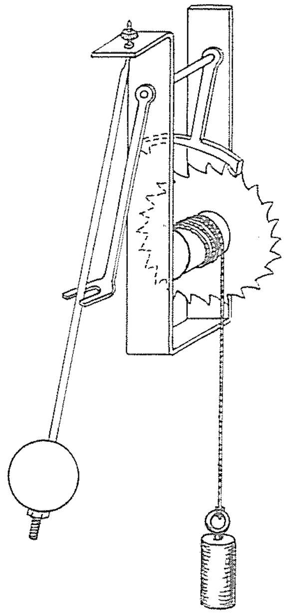


FIG. 98 – Schema di orologio a pendolo. Il peso che discende fa ruotare la ruota dentata; questa comunica all'« ancora », posta nella parte superiore, impulsi periodici che rendono persistenti le oscillazioni del pendolo.

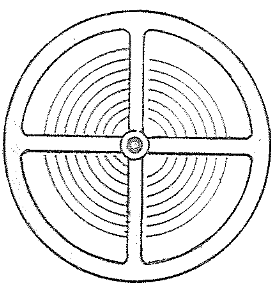


FIG. 99 – Nei comuni orologi viene utilizzato, in luogo del pendolo, un « bilanciere », le cui oscillazioni sono dovute ad una molla a spirale.

2) Dalla (17) si ricava

$$\boxed{g = 4\,\pi^2\,\frac{l}{T^2}} \quad . \tag{18}$$

Perciò, misurando con grande esattezza il periodo di oscillazione di un pendolo, è possibile ricavare il valore della accelerazione di gravità: in pratica si usa un opportuno pendolo, detto pendolo geodetico, che permette di ricavare la lunghezza l di un pendolo semplice che oscilli con lo stesso periodo del pendolo composto considerato. Tale lunghezza si sostituisce nella (18) per il calcolo di g.

La conoscenza del valore esatto di g in una data località può anche servire per avere utili indicazioni sulla natura del sottosuolo (presenza di carbone, petrolio ed altri minerali).

ESERCIZIO – Quanto dovrà essere lungo un pendolo semplice perchè impieghi 1 secondo a compiere un'oscillazione semplice, cioè perchè « batta il secondo », in una località nella quale è $g = 9{,}8$ m sec^{-2}?

Il periodo T è il tempo impiegato a compiere un'oscillazione completa, cioè due oscillazioni semplici; perciò dovrà essere T = 2 sec.

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{9{,}8}} \quad ; \quad l = \frac{9{,}8}{\pi^2}\, m = 0{,}994\ m \text{ circa.}$$

LA FORZA CENTRIFUGA

Forza centripeta e reazione centrifuga

Se si fa ruotare lungo una circonferenza un pezzetto di ferro attaccato ad una funicella in modo che percorra archi uguali in tempi uguali, il corpo si muove con « moto circolare uniforme ». Se il moto avvenisse senza l'intervento di forze, cioè per inerzia, esso sarebbe rettilineo (1° Principio della Dinamica); invece c'è una variazione continua di direzione del moto: la velocità dunque varia continuamente, cioè si ha una accelerazione.

Ma ad una accelerazione deve corrispondere una forza che la provoca (2° Principio della Dinamica): questa forza (forza centripeta) è prodotta dalla mano la quale tiene lo spago, che obbliga il pezzo di ferro a seguire una traiettoria non rettilinea, ma circolare. Tale forza è detta centripeta perchè è diretta verso il centro di rotazione; se infatti avesse una direzione diversa e fosse, per esempio, rappresentata da $\overrightarrow{PA}$, essa potrebbe essere scomposta in due forze perpendicclari: la $\overrightarrow{PC}$, diretta verso il centro O, e la $\overrightarrow{PB}$, tangente alla traiettoria del moto; quest'ultima forza produrrebbe una variazione di velocità, per cui il moto circolare non sarebbe uniforme. Per il 3° principio della Dinamica alla forza centripeta (azione) corrisponde una reazione uguale e contraria, detta forza centrifuga, che tiene

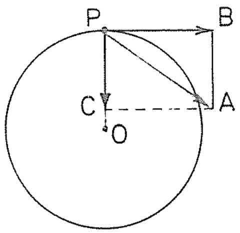


Fig. 100.

tesa la funicella. Se la funicella si spezzasse cesserebbero immediatamente di esistere le due predette forze ed il corpo, non più soggetto a forze, proseguirebbe il suo moto in linea retta, per inerzia, secondo la tangente alla traiettoria circolare nel punto occupato in quell'istante, in accordo con il 1° Principio della Dinamica.

La posizione dell'automobile indica che la curva è stata abbordata ad alta velocità, per cui è rilevante l'effetto della forza centrifuga.

Leggi della forza centrifuga

Si è detto che nel moto circolare uniforme l'accelerazione centripeta a vale

$$a = \frac{v^2}{r} \; ,$$

in cui r è il raggio della circonferenza descritta dal punto che ruota con velocità v. Se F è l'intensità della forza centripeta, e quindi anche di quella centrifuga, ed m la massa del corpo in rotazione, per la

$$F = m \cdot a \quad \text{segue}$$

$$\boxed{F = \frac{m\,v^2}{r}} \tag{19}$$

da cui risulta che, se un corpo si muove di moto circolare uniforme,

> la forza centrifuga è direttamente proporzionale alla massa del corpo che ruota ed al quadrato della velocità di rotazione ed inversamente proporzionale al raggio della circonferenza descritta.

Con la « macchina di rotazione » indicata nella Fig. 101 si possono eseguire vari esperimenti per verificare l'esattezza della formula (19).

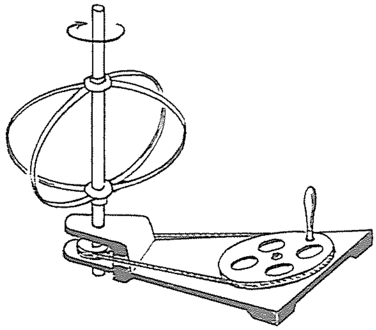


FIG. 101 - Macchina di rotazione.

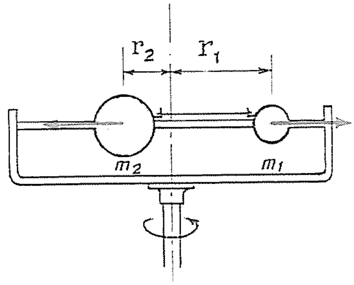


FIG. 102 - Le due sfere, poste in rotazione e libere di scorrere lungo lo stesso asse, restano in equilibrio quando le loro masse sono inversamente proporzionali ai rispettivi raggi di rotazione; in tal caso, infatti, sono uguali ed opposte le forze centrifughe agenti su esse come risulta dalla (20).

Dalla (19) si può anche ricavare la seguente formula nella quale F, m, r indicano le stesse grandezze della precedente e dove è $\pi = 3{,}14\ldots$ e T esprime il tempo impiegato a compiere una rotazione (periodo del moto circolare uniforme):

$$\boxed{F = \frac{4\,\pi^2\, r\, m}{T^2}} \quad . \qquad (20)$$

ESERCIZIO I - Una pallina di massa 1 hg, fissata ad un filo lungo 50 cm, ruota effettuando 20 giri al secondo. A quale forza centrifuga è soggetta ?

Dalla (20) si ha, essendo 1 hg = 0,1 kg ; 50 cm = 0,5 m :

$$F = \frac{4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1}{\left(\frac{1}{20}\right)^2}\ N = 788{,}77\ N.$$

ESERCIZIO II - Calcolare la velocità v necessaria per mantenere in equilibrio dinamico un satellite artificiale di massa m, rotante a quota h intorno alla Terra.

Se r è il raggio terrestre, la forza centrifuga risulta

$$F = \frac{m\,v^2}{r+h}\,.$$

Tale forza, in condizione di equilibrio dinamico, è uguale e contraria al peso P del satellite; tale peso risulta

$$P = m.\,g'\,,$$

essendo g' l'accelerazione di gravità alla quota a cui il satellite stesso si trova. Il valore di g', essendo noto il valore dell'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre, si ricava osservando che, per la Legge di Newton, che si vedrà fra poco, le forze attrattive (e quindi anche le relative accelerazioni) sono inversamente proporzionali ai quadrati delle distanze del centro della Terra; cioè

$$g : g' = (r+h)^2 : r^2,$$

da cui

$$g' = \frac{g\,r^2}{(r+h)^2}\,.$$

Sostituendo ed uguagliando, si ottiene

$$\frac{m\,v^2}{r+h} = m\,\frac{g\,r^2}{(r+h)^2}\,.$$

e semplificando

$$v^2 = \frac{g\,r^2}{r+h}\,,$$

da cui

$$v = r\sqrt{\frac{g}{r+h}}\,.$$

1) Nel dispositivo indicato in Fig. 103 il carrello può percorrere una circonferenza situata in un piano verticale senza cadere purché abbia una velocità sufficientemente elevata, tale che la forza centrifuga a cui è assoggettato sia maggiore del

suo peso. Per la stessa ragione è possibile far ruotare, in un piano verticale, un secchio pieno d'acqua senza che questa si versi.

2) Nelle curve delle piste ciclistiche o automobilistiche il piano stradale viene un po' sopraelevato verso la parte esterna per dar modo ai veicoli di mantenere un'elevata velocità (vedere la Fig. 104); per la stessa ragione nelle curve delle ferrovie il binario esterno è lievemente sollevato rispetto a quello interno.

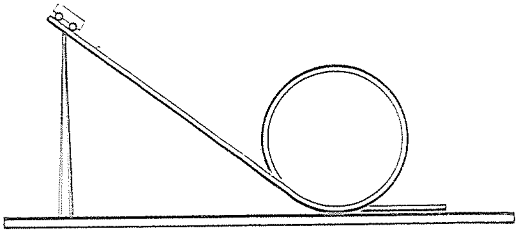


FIG. 103.

3) Nelle lavatrici si può, in breve tempo, eliminare l'acqua dalla biancheria facendola ruotare rapidamente in un cilindro portante una serie di fori: la forza centrifuga premerà i panni contro la superficie laterale del cilindro e l'acqua uscirà all'esterno attraverso i buchi.

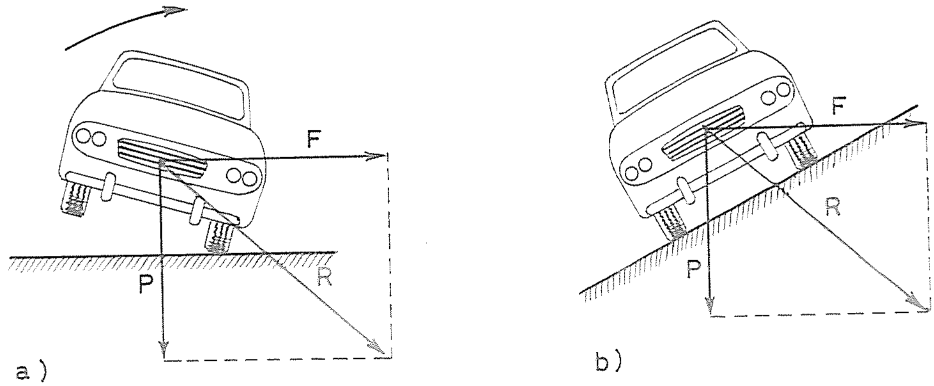


FIG. 104 – La risultante R della forza peso P e della forza centrifuga F nel caso *a*) cade fuori della base d'appoggio determinando il ribaltamento del veicolo; l'opportuna inclinazione della sede stradale evita tale inconveniente (caso *b*).

4) Si può estrarre il miele dalle cellette facendo ruotare rapidamente i favi. Si può anche separare la crema dalle altre parti del latte: la crema, costituita da sostanze grasse, a parità di volume è più leggera (e quindi è di massa minore) delle rimanenti parti per cui, quando il latte è fatto ruotare rapidamente, subisce una forza centrifuga meno intensa e si raggruppa nella zona centrale delle «scrematrici centrifughe».

5) Facendo ruotare velocemente, in appositi stampi, del cemento non ancora indurito si possono ottenere tubi, pali per il telegrafo ecc.

6) Assai utili sono le pompe centrifughe che servono per estrarre l'acqua da cavità (idrovore) o per spingerla a notevoli altezze. Sono formate da un robusto cilindro dentro il quale una ruota a palette ricurve gira a notevole velo-

cità mettendo in rotazione l'acqua contenuta nel cilindro stesso; l'acqua, a causa della forza centrifuga, tende a portarsi verso le pareti e ad uscire dall'apertura B mentre altra acqua viene aspirata attraverso il tubo A, che sbocca verso il

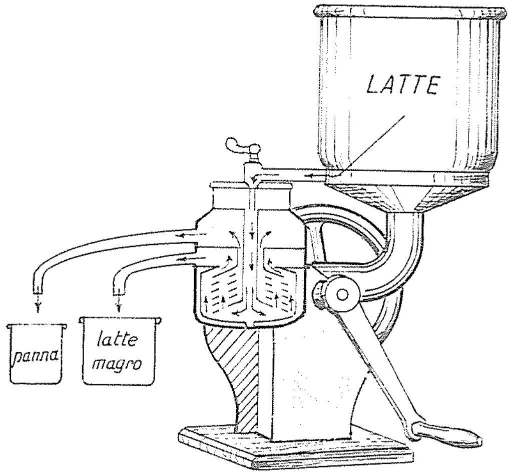


FIG. 105 - Scrematrice centrifuga.

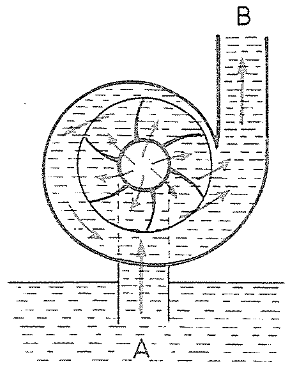


FIG. 106 - Pompa centrifuga.

centro del cilindro dove la forza centrifuga è assai minore. Si usano pompe centrifughe anche nelle automobili per la distribuzione dell'acqua di raffreddamento e dell'olio.

7) Due sferette metalliche montate su un quadrilatero articolato, come indicato nella Fig. 107, formano un regolatore di velocità: quando la velocità aumenta

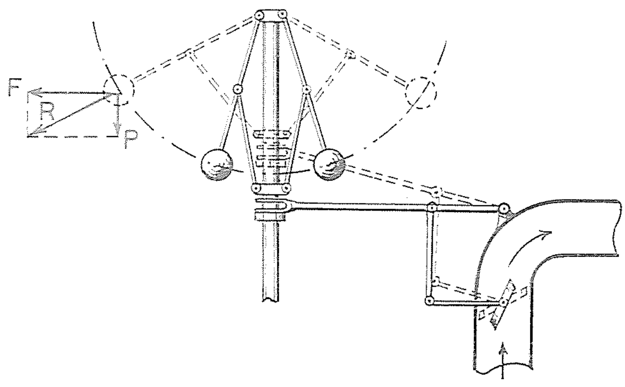
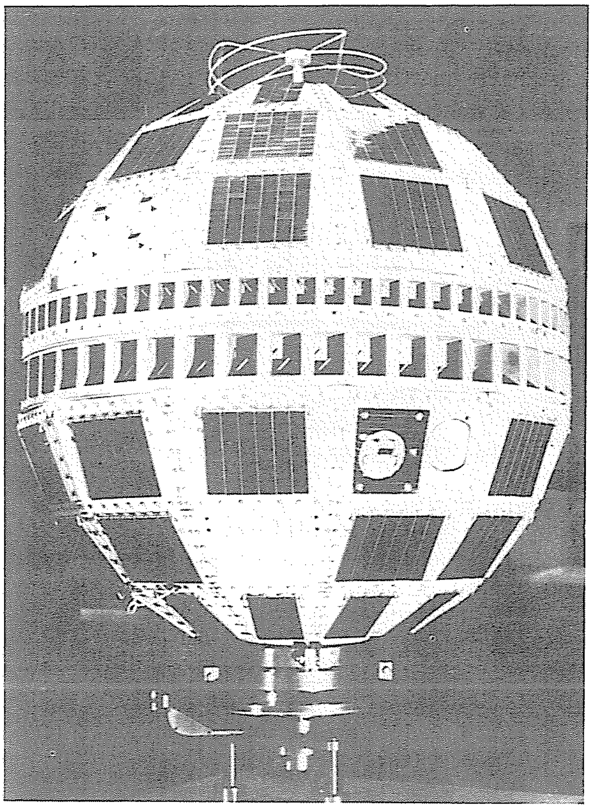


FIG. 107 - Regolatore centrifugo di velocità.

le sferette, per effetto dell'aumentata forza centrifuga, si sollevano provocando uno spostamento che, trasmesso ad opportune valvole, può ridurre l'afflusso del vapore in una macchina e quindi regolarne la velocità, come si vedrà a proposito delle macchine termiche.

8) Facendo ruotare rapidamente, per mezzo di una ruota ad alette, il fumo che esce dal camino di un'officina, le particelle più pesanti contenute in tale fumo possono essere spinte verso l'esterno in modo da venire a contatto di una corrente d'acqua; l'aria perciò, praticamente, viene filtrata (*filtri centrifughi*).



Satellite Telstar per telecomunicazioni intercontinentali: la sua velocità di rotazione attorno alla Terra è tale che la forza centrifuga equilibra la forza di attrazione terrestre (Usis).

LA GRAVITAZIONE UNIVERSALE

La legge di Newton sulla gravitazione universale

Come è noto un corpo pesante cade verso il suolo, ossia verso il baricentro della Terra; ciò avviene perchè tra il corpo stesso e la Terra si esercita un'attrazione reciproca. *Si dice gravitazione universale la proprietà posseduta dalla materia per cui due corpi si attirano scambievolmente.* Se uno dei due corpi è la Terra la gravitazione prende il nome di *gravità*.

Per l'azione delle forze di gravitazione universale i pianeti non si muovono in linea retta, per inerzia, ma descrivono orbite ellittiche (*)

(*) Si dice ellisse il luogo geometrico dei punti del piano aventi distanze di somma costante da due punti fissi detti fuochi (se i due fuochi coincidono la curva è una circonferenza).

intorno al Sole; analoghe forze di reciproca attrazione comandano il moto della Luna e dei satelliti artificiali intorno alla Terra.

Partendo dai risultati di numerose ed accurate osservazioni astronomiche, Newton dedusse la fondamentale

Legge della gravitazione universale. Due qualsiasi corpi dell'universo si attirano mutuamente con una forza direttamente proporzionale alle loro masse ed inversamente proporzionale al quadrato delle loro distanze.

Quando i corpi non si possono considerare puntiformi si considera la distanza r dei loro baricentri; precisamente, se le masse dei due corpi sono m ed m', la forza di attrazione F è espressa dalla formula

$$F = k \frac{m \cdot m'}{r^2} .$$

Il coefficiente k è una costante il cui valore dipende esclusivamente dalle unità di misura scelte; perciò si dice che è una costante universale.

Non è facile determinare sperimentalmente il valore di detta costante perchè, per corpi di ridotte dimensioni, le forze attrattive risultano piccolissime; il Cavendish, usando una speciale « bilancia di torsione », in grado di misurare forze estremamente piccole, ottenne che, per le unità del Sistema Giorgi, il valore di k è il seguente:

$$k = 6{,}7 \cdot 10^{-11} .$$

ESERCIZIO – Calcolare la massa della Terra.

Sia x la massa cercata ed m quella di un dato corpo, situato in un punto della superficie terrestre nel quale l'accelerazione di gravità sia g. Si osservi che sono uguali la forza dovuta al peso del corpo (espressa dal prodotto $m \cdot g$) e quella della gravitazione; perciò, essendo il diametro della Terra circa $6{,}36 \cdot 10^6$ metri, risulta

$$m \cdot 9{,}8 = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{m \cdot x}{(6{,}36)^2 \cdot 10^{12}} .$$

Eseguendo i calcoli si ricava che la massa della Terra vale circa $6 \cdot 10^{24}$ kg.

È così possibile calcolare anche la densità media della Terra:

$$d_m = \frac{massa}{volume} .$$

Si ottiene $d_m = 5{,}5$ circa ; poiché da misure dirette la densità media della parte superficiale risulta inferiore, se ne conclude che le parti centrali del globo terrestre devono essere formate da sostanze di notevole densità ; precisamente si ritiene oggi che il nucleo terrestre sia composto in gran parte di ferro e nichel.

Nel secolo scorso l'astronomo Leverrier previde e calcolò esattamente, in in base alla legge di Newton, l'esistenza di un pianeta oltre Urano; i risultati di tali calcoli furono subito dopo verificati e confermati con l'osservazione diretta per mezzo di un telescopio; si giunse così alla scoperta di Nettuno (anno 1846). In modo analogo, nel 1930, venne scoperto Plutone.

Lo stesso astronomo Leverrier osservò che l'orbita ellittica del pianeta Mercurio era soggetta ad una rotazione « secolare », cioè estremamente lenta, nel suo piano, intorno al Sole, in senso concorde a quello di rivoluzione del pianeta stesso. Questo fenomeno, che non poteva essere spiegato mediante la Meccanica basata sulla legge di Newton, trova invece piena giustificazione nella Teoria della relatività di Alberto Einstein, della quale si dirà nel III° Volume. Precisamente Einstein dimostrò teoricamente che tutte le orbite dei pianeti sono soggette ad una rotazione «secolare» intorno al Sole e ne calcolò l'entità, espres-

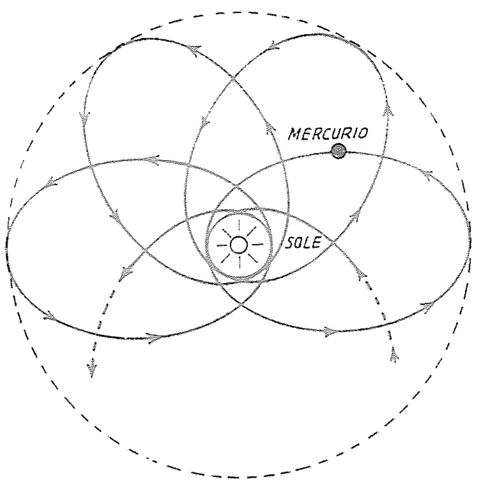


FIG. 108. – In questo disegno lo spostamento del perielio di Mercurio è stato esagerato per renderlo evidente; in realtà il periodo di rotazione del perielio è di circa 3.000.000 di anni.

sa da una formula matematica. In pratica, tuttavia, è solo rilevabile la rotazione dell'orbita di Mercurio, perchè questo pianeta, essendo più prossimo al Sole, è soggetto ad un campo gravitazionale di maggiore intensità; anche in questo caso la rotazione risulta comunque lentissima (viene compiuta una rotazione completa ogni tre milioni di anni); per tutti gli altri pianeti, più distanti dal Sole, le rotazioni delle orbite sono così lente da sfuggire, in ogni caso, all'osservazione.

Le Leggi di Keplero

La legge della gravitazione universale permette di giustificare le seguenti Leggi di Keplero, dedotte dal grande astronomo in base ad accurate osservazioni astronomiche.

I. Le orbite descritte dai pianeti nel loro moto di rivoluzione intorno al Sole sono ellissi, delle quali il Sole occupa uno dei fuochi.

II. Le aree descritte dal segmento che congiunge il pianeta col Sole sono direttamente proporzionali ai tempi impiegati a descriverle. Perciò, essendo sempre uguali le aree descritte nello stesso tempo, la velocità risulta variabile: è massima quando il pianeta è in *A'* (perielio), minima quando è in *A* (afelio); se l'orbita fosse perfettamente circolare il moto sarebbe invece uniforme.

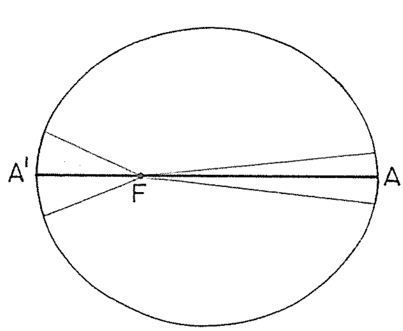


Fig. 109 – AA' è l'asse maggiore dell'ellisse descritta dal pianeta nel suo moto attorno al Sole, che si trova nel fuoco F. In figura sono indicate due aree che risultano uguali perché descritte in tempi uguali.

III. I quadrati dei tempi impiegati dai diversi pianeti a compiere l'intera orbita sono direttamente proporzionali ai cubi degli assi maggiori delle orbite stesse.

Se T e T' sono i periodi ed a ed a' i corrispondenti assi, è

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{a^3}{a'^3} \quad .$$

LAVORO ED ENERGIA

Il concetto di « lavoro » in Fisica

Si è già accennato che, nelle macchine semplici, ciò che si guadagna in forza si perde in spostamento; per esempio, usando una carrucola mobile, con una forza F è possibile sollevare un peso equivalente ad una forza doppia $2\,F$, ma per spostare il peso della lunghezza l è necessario spostare l'estremo della fune di una lunghezza doppia $2\,l$. Si noti che vale l'uguaglianza:

$$F \cdot (2\,l) = (2\,F) \cdot l\,.$$

Ciò dimostra che, in Fisica, è utile considerare il prodotto dell'intensità di una forza applicata ad un corpo per lo spostamento che essa è in grado di produrre.

Si dice che una forza (forza motrice) compie un **lavoro** quando vince un'altra forza (forza resistente) spostandone il punto di applicazione.

La misura L del lavoro eseguito da una forza, se lo spostamento avviene nella sua direzione, è uguale al prodotto dell'intensità F della forza stessa per la misura dello spostamento s.

$$\boxed{L = F\,s} \quad . \tag{21}$$

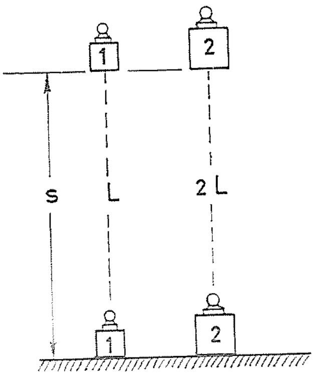


FIG. 110 - Il lavoro, a parità di spostamento, è proporzionale alla forza.

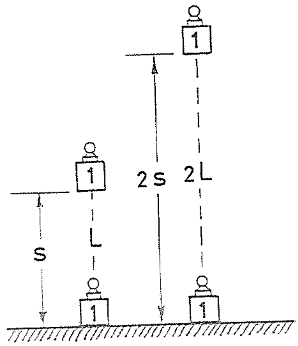


FIG. 111 - Il lavoro, a parità di forza, è proporzionale allo spostamento.

Nel caso indicato nella Fig. 112 lo spostamento non avviene nella direzione della forza applicata $\vec{F}$; tale forza può essere scomposta in due distinte forze: la $\vec{F}_1$ nella direzione dello spostamento e la $\vec{F}_2$ perpendicolare a tale direzione. Quest'ultima forza praticamente non produce alcun effetto (la rotaia che sostiene il carrello risulta indeformabile); perciò, si dovrà considerare la sola forza $\vec{F}_1$, che è detta proiezione della forza $\vec{F}$ sulla direzione dello spostamento.

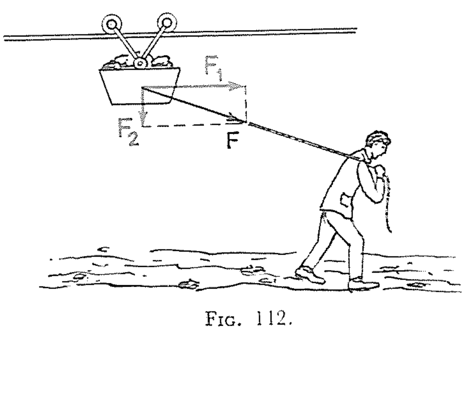


FIG. 112.

La proiezione della forza rappresentata dal vettore $\overrightarrow{AB}$ sulla direzione dello spostamento, definita dalla retta r, è rappresentata dal vettore $\overrightarrow{AB'}$; appare perciò evidente che l'effetto utile della forza applicata è tanto maggiore quanto più è piccolo l'angolo α formato dalla direzione della forza con quella dello spostamento. (Se $\alpha = 0^o$ è $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$ ed il lavoro è misurato dall'intensità della forza applicata per lo spostamento; se $\alpha = 90^o$, $\overrightarrow{AB'}$ è nullo ed il lavoro compiuto perciò vale sempre zero).

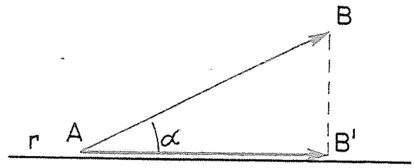


FIG. 113.

Se lo spostamento non avviene nella direzione della forza, il lavoro è misurato dal prodotto dello spostamento per la proiezione della forza nella direzione dello spostamento.

È opportuno notare che il significato fisico del vocabolo « lavoro » è diverso da quello che comunemente si dà a questo nome e non si deve confondere il concetto di « lavoro » con quello di « fatica ». Infatti se una persona ferma tiene sollevato un corpo pesante si stanca, ma non compie un « lavoro » perché si ha una forza ma non c'è alcun spostamento.

Unità di misura del lavoro

L'unità di misura del lavoro nel Sistema Giorgi è detta joule (J) (si pronuncia « giaul »); la (21) suggerisce subito la definizione relativa: basta porvi $F = 1$ newton; $s = 1$ metro.

Il **joule** è il lavoro compiuto dalla forza di 1 newton per spostare di 1 metro, nella sua direzione, il proprio punto di applicazione.

$$\boxed{1 \text{ joule} = 1 \text{ newton} \cdot 1 \text{ metro}}$$

Quando, come unità di forza, si considera il kg-peso si ha un'altra unità, detta chilogrammetro (**kgm**).

Il **chilogrammetro** è il lavoro compiuto dalla forza di 1 kg-peso per spostare di un metro, nella sua direzione, il proprio punto di applicazione.

$$\boxed{1\ kgm = 1\ kg\text{-}peso \cdot 1\ metro} \quad .$$

Ricordando che 1 kg-peso = 9,8 N si ricava la relazione:

$$\boxed{1\ kgm = 9{,}8\ J} \quad .$$

ESERCIZIO – Calcolare, in joule, il lavoro che si compie per sollevare da un pozzo profondo 10 m un secchio d'acqua che pesa 20 kg.

Il lavoro sarà : $(10 \cdot 20)\ kgm = 200\ kgm$;

$$200\ kgm = (9{,}8 \cdot 200)\ J = 1960\ J.$$

Potenza e sua misura

Si dice motore qualsiasi sistema capace di produrre lavoro: un cavallo, un motore d'automobile, una cascata d'acqua. In Fisica il valore di un lavoro è indipendente dal tempo impiegato a compierlo, ma in pratica il pregio di un motore dipende anche dal tempo in cui esso può eseguire un determinato lavoro; sorge così il concetto di una nuova grandezza fisica: la potenza.

Si dice **potenza** di un motore il lavoro che esso può compiere nell'unità di tempo.

Dunque se un motore compie il lavoro L in t secondi la sua potenza w è:

$$\boxed{w = \frac{L}{t}} \quad . \tag{22}$$

L'unità di potenza nel Sistema Giorgi è il **watt** (W), che rappresenta la potenza di un motore capace di compiere il lavoro di 1 joule ogni minuto secondo;

$$\boxed{1\ W = 1\ J \text{ al secondo}} \quad .$$

È pure usato un multiplo del watt, mille volte più grande, detto chilowatt (**kW**):

$$\boxed{1\ kW = 1000\ W} \quad .$$

In pratica si usa anche un'altra unità di misura, detta « **cavallo vapore** » (CV o HP), che rappresenta la potenza di un motore capace di compiere il lavoro di 75 kgm ogni secondo:

$$\boxed{1\ CV = 75\ kgm \text{ al secondo}} \quad .$$

Poiché:

$$1 \text{ kgm} = 9{,}8\ J, \text{ è}$$

$$1\ C\,V = (75 \cdot 9{,}8)\ J \text{ al secondo} = (75 \cdot 9{,}8)\ W = 735\ W,$$

cioè:

$$\boxed{1\ C\,V = 735\ W} \quad .$$

ESERCIZIO – Un montacarichi solleva all'altezza di 20 m, in 40 sec, un carico di 400 mattoni, ognuno dei quali pesa 3,75 kg. Qual è la potenza del motore in watt?

Il peso totale dei mattoni è 1500 kg; il lavoro eseguito è (1500 · 20) kgm. Il lavoro compiuto in 1 secondo è $\frac{1500 \cdot 20}{40}$ *kgm al sec* $= 750$ *kgm al sec* $= (750 : 75)\ CV = 10\ CV = (10 \cdot 735)\ W = 7350\ W$.

Altra unità di misura del lavoro

Le unità di lavoro che abbiamo definito sono talora troppo piccole per gli usi pratici. Si usa allora un'altra unità, detta watt-ora (**Wh**):

> il ***watt-ora*** è il lavoro prodotto da un motore avente la potenza di 1 watt, che lavori per 1 ora (cioè per 3600 secondi).

Perciò è:

$$\boxed{1\ Wh = 3600\ joule}\ .$$

In elettrotecnica si usa un multiplo, 1'000 volte più grande, detto chilowattora (**kWh**):

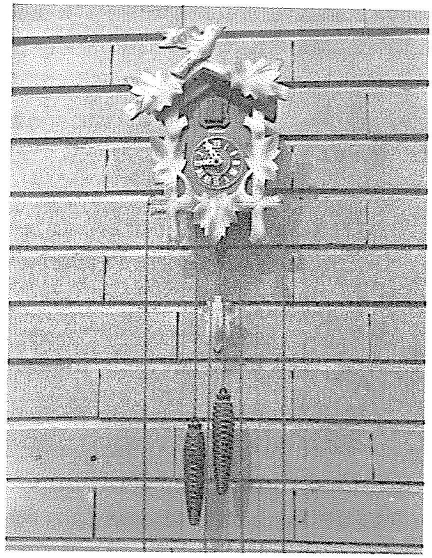
$$\boxed{1\ kWh = 1000\ Wh}\ ,$$

quindi

$$\boxed{1\ kWh = 3'600'000\ J}\ .$$

Energia

Un corpo è costituito da una certa quantità di materia, cioè ha una determinata massa che non varia in qualsiasi posizione si trovi, sia esso fermo o in movimento. Ma se il corpo è sollevato per esempio di ***h*** metri, cadendo a terra, può compiere un lavoro, che sarà misurato dal prodotto del suo peso *P* per lo spostamento *h*. Perciò un corpo sollevato ha la possibilità di compiere un certo lavoro: si dice che ha una energia



L'energia necessaria al funzionamento dell'orologio a pendolo è fornita dalla trasformazione in energia cinetica dell'energia potenziale posseduta dai due pesi che scendono lentamente.

potenziale. Anche una molla compressa può compiere un lavoro quando riesce a distendersi: essa pure possiede una energia potenziale.

La grande massa d'acqua trattenuta dalla diga costituisce una imponente riserva di energia potenziale.

Se un corpo è in movimento esso, fermandosi, può produrre un determinato lavoro: per esempio, se è lanciato contro una serie di birilli può rovesciarli. Perciò anche un corpo in movimento ha l'attitudine a compiere un lavoro: si dice che possiede un'energia cinetica.

In generale si dice **energia** l'attitudine a compiere un lavoro.

L'energia è misurata con le stesse unità di misura del lavoro.

È utile considerare l'espressione della energia cinetica nei due seguenti casi di particolare importanza.

Energia cinetica nel moto traslatorio

Considerato un corpo di massa m che si muova per inerzia con velocità costante v_o, si supponga di applicare al corpo stesso una forza F di direzione uguale ma verso opposto a quello del moto. Ne risulta così un moto uniformemente ritardato ed il corpo si fermerà dopo aver percorso un determinato spazio s_o. Dalla $v = v_o - a\,t$ si ricava che la velocità v si annulla per $t = \frac{v_o}{a}$; lo spazio percorso in detto tempo è

$$s_o = v_o \frac{v_o}{a} - \frac{1}{2}\, a \frac{v_o^2}{a^2} = \frac{1}{2}\, \frac{v_o^2}{a}\,.$$

Dalla $F = m\,a$ si ottiene

$$F\,s_o = m\,a\,s_o\,,$$

ossia

$$F\,s_o = \frac{1}{2}\, m\,a\, \frac{v_o^2}{a}\,,$$

cioè

$$F\,s_o = \frac{1}{2}\, m\,v_o^2\,.$$

Il lavoro $F\,s_o$ esprime appunto l'energia cinetica E_c del corpo. Quindi il lavoro che un corpo in movimento compie fermandosi (energia cinetica) è direttamente proporzionale alla massa m del corpo ed al quadrato della sua velocità v; precisamente tale lavoro vale

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}\, m\, v^2}\quad.$$

Inversamente la stessa formula esprime pure il lavoro necessario per imprimere la velocità v ad un corpo di massa m, inizialmente fermo.

In generale, *la variazione di energia cinetica di un corpo in moto traslatorio, prodotto da una forza F avente direzione uguale a quella del moto stesso, equivale al lavoro della forza*; se le velocità iniziale e finale del corpo di massa m sono v_1 e v_2, il lavoro della forza vale

$$\boxed{E_2 - E_1 = \frac{1}{2}\, m\, (v_2^2 - v_1^2)}\ .$$

Energia cinetica nel moto rotatorio - Momento d'inerzia

Si consideri ora un corpo in moto rotatorio attorno ad un asse con velocità angolare ω.

Le particelle che compongono il corpo (rispettivamente di massa m_1, m_2, $m_3, \ldots$) descrivono circonferenze situate in piani perpendicolari all'asse di rotazione; se r_1, r_2, $r_3, \ldots$ sono i rispettivi raggi, le velocità, in un dato istante, delle diverse particelle saranno $v_1 = \omega\, r_1$; $v_2 = \omega\, r_2$; $v_3 = \omega\, r_3, \ldots$

L'energia cinetica del corpo in rotazione, essendo la somma delle energie cinetiche delle singole particelle che lo compongono, risulta

$$E_c = \frac{1}{2}\, m_1\, \omega^2\, r_1^2 + \frac{1}{2}\, m_2\, \omega_2\, r_2^2 + \frac{1}{2}\, m_3\, \omega_2\, r_3^2 + \ldots =$$

$$= \frac{1}{2}\, \omega^2\, (m_1\, r_1^2 + m_2\, r_2^2 + m_3\, r_3^2 + \ldots) = \frac{1}{2}\, \omega^2\, \mathrm{I}\ .$$

L'espressione ora introdotta

$$\mathrm{I} = m_1\, r_1^2 + m_2\, r_2^2 + m_3\, r_3^2 + \ldots = \sum m\, r^2\ (*)$$

misura il cosiddetto *momento d'inerzia del corpo rispetto all'asse di rotazione.*

Dal confronto delle due formule che esprimono, rispettivamente, l'energia cinetica nel moto traslatorio e rotatorio

$$E_c = \frac{1}{2}\, m\, v^2\ ;\quad E_c = \frac{1}{2}\, \mathrm{I}\, \omega^2\ ,$$

appare che *il momento d'inerzia è, nel moto rotatorio, una gran-*

(*) Con il segno Σ (sommatoria) si vuole esprimere che la somma dei prodotti qui considerati è estesa a tutte le particelle del corpo.

dezza analoga alla massa nel moto traslatorio, cioè misura l'inerzia della materia rispetto al moto di rotazione. Deve però essere tenuto presente che il momento d'inerzia non è, come la massa, una quantità costante per un dato corpo, ma dipende dalla posizione dell'asse di rotazione rispetto al corpo stesso.

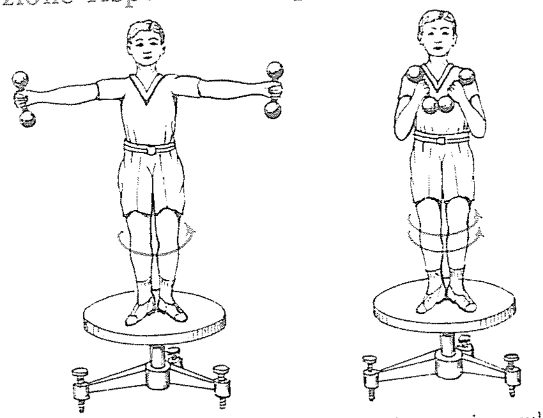


FIG. 114 – L'avvicinamento dei pesi al corpo del ragazzo in rotazione sulla piattaforma determina una diminuzione della distanza dei pesi stessi dall'asse di rotazione; ne conseguono una diminuzione del momento di inerzia del sistema ed un aumento della velocità di rotazione.

Se si definisce, analogamente a quanto fatto per il moto traslatorio, come accelerazione angolare il rapporto tra la variazione della velocità angolare ed il tempo in cui tale variazione avviene, è possibile dimostrare che le relazioni fondamentali della Meccanica relative al moto rotatorio di un corpo rigido si possono ottenere da quelle del moto rettilineo di un punto materiale, tenendo conto delle corrispondenze indicate nella seguente tabella:

Moto rettilineo	Moto rotatorio
Spazio percorso: s	Angolo di rotazione: α
Velocità: v	Velocità angolare: ω
Forza: F	Momento di una coppia: M
Massa: m	Momento di inerzia: I
Accelerazione: a	Accelerazione angolare: ω'

Per esempio il II Principio della Dinamica, per il moto rotatorio, può essere espresso dalla formula

$$M = I\,\omega',$$

dove M è il momento della coppia che imprime un moto rotatorio di accelerazione angolare ω' ad un corpo di momento d'inerzia I.

In particolare, se un corpo girevole intorno ad un asse non è soggetto ad alcun momento tendente a produrre una rotazione intorno a detto asse, il corpo stesso si trova o in quiete o in moto rotatorio con velocità angolare costante.

I momenti d'inerzia dei solidi omogenei dipendono dalla forma geometrica del solido e dalla posizione dell'asse di rotazione rispetto al solido stesso e possono essere calcolati con procedimenti di matematica superiore.

Si ricavano, per esempio, i seguenti valori (per solidi omogenei di massa m), rispetto ad assi passanti per il rispettivo baricentro

Sfera di raggio r, rispetto ad un suo diametro .	$I = \frac{2}{5}\, m\, r^2$
Cilindro di raggio r, rispetto al suo asse geometrico	$I = \frac{1}{2}\, m\, r^2$
Asta di piccola sezione, di lunghezza l, rispetto alla perpendicolare all'asta nel suo punto di mezzo	$I = \frac{1}{12}\, m\, l^2$
Disco sottilissimo di raggio r, rispetto alla perpendicolare al suo piano passante per il centro .	$I = \frac{1}{2}\, m\, r^2$
Stesso disco, rispetto ad un suo diametro. . . .	$I = \frac{1}{4}\, m\, r^2$

IL GIROSCOPIO

Si dimostra che per ogni corpo materiale esistono almeno tre assi (assi liberi di rotazione) rispetto ai quali si fanno equilibrio le forze centrifughe dovute a rotazioni intorno a ciascuno di essi. Naturalmente nei corpi omogenei gli assi di simmetria sono assi liberi di rotazione. Tra tali assi quello a cui corrisponde il massimo momento d'inerzia è detto asse stabile di rotazione, perchè tende a mantenere invariata la propria direzione; il corpo in rapida rotazione intorno all'asse stabile si oppone alle forze che tendono a mutare la direzione di tale asse e non a quelle che gli imprimono una semplice traslazione, cioè che tendono a spostarlo parallelamente a se stesso. Questo fenomeno è utilizzato nel giroscopio, corpo di notevole momento d'inerzia, che viene mantenuto in rapida ro-

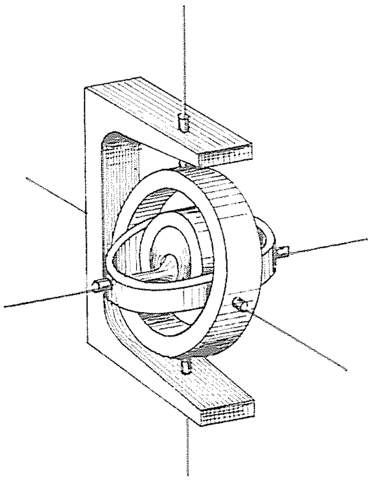


Fig. 115 – Schema di giroscopio con indicazione dei tre assi liberi di rotazione.

tazione attorno al suo asse stabile; su questo principio si costruiscono le bussole giroscopiche e gli stabilizzatori automatici di rotta.

Il Principio di conservazione dell'energia

Nella posizione indicata dalla lettera *A* della Fig. 116 la pallina del pendolo semplice ha una certa energia potenziale, che diminuisce man mano che la pallina stessa scende per raggiungere la posizione *C*; frattanto aumenta la sua velocità, e quindi la sua energia cinetica; in *C* l'altezza della pallina dal suolo è minima (cioè la sua energia potenziale è minima) mentre sono massime la sua velocità e, perciò, la sua energia cinetica; poi la pallina risale fino al punto *B*, utilizzando la propria energia cinetica, che si trasforma in energia potenziale. Successivamente il corpo ridiscende ecc. Dunque l'energia potenziale e quella cinetica si trasformano reciprocamente fra loro; si può dimostrare anche che la loro somma resta costante: cioè si può affermare che in questo caso l'energia non si crea né si distrugge.

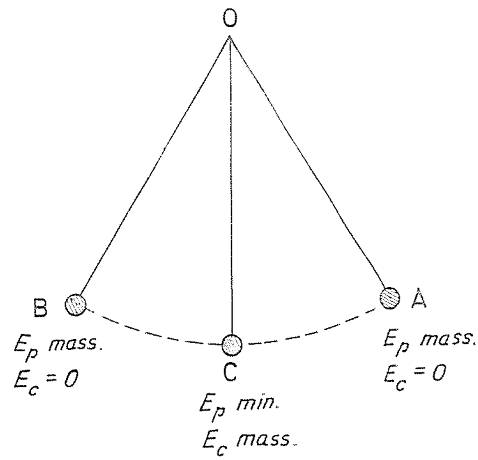


Fig. 116.

Un corpo non elastico che cade dall'alto giunge a terra con una certa velocità e si ferma; si potrebbe pensare che la sua energia cinetica sia andata distrutta. È invece possibile verificare che, nel punto in cui il corpo è caduto, il terreno si è lievemente riscaldato, cioè che l'energia cinetica si è trasformata in calore.

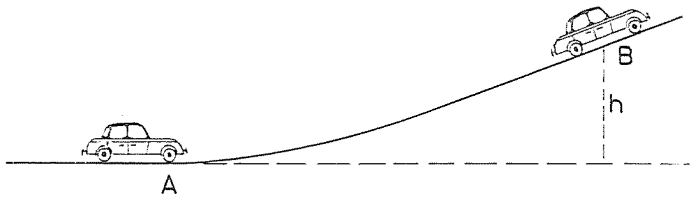


FIG. 117 – L'energia cinetica del veicolo, lungo la salita, si trasforma progressivamente in energia potenziale.

È noto che utilizzando del calore (per esempio nella macchina a vapore) si può produrre del lavoro: dunque anche il calore è una forma di energia.

La macchinetta attaccata alla forcella della bicicletta e collegata con la ruota anteriore (dinamo), può produrre l'elettricità necessaria al fanale solo quando la ruota è in movimento; ciò prova che col lavoro si può produrre elettricità ed anche che l'elettricità si può trasformare in luce. I motori elettrici dimostrano che l'elettricità può produrre lavoro; quindi anche l'elettricità è una forma di energia.

Opportuni esperimenti ed accurate misure hanno permesso di enunciare l'importante

Principio di conservazione dell'energia. Esistono varie forme di energia (potenziale, cinetica, calorifica, luminosa, elettrica ecc.) che possono trasformarsi reciprocamente l'una nell'altra; però la quantità complessiva di energia rimane sempre la stessa.

Anche la II Legge di Keplero è in perfetto accordo col Principio di conservazione dell'energia perchè, per esempio, quando il pianeta si allontana dal Sole aumenta la sua energia potenziale e, contemporaneamente, diminuisce la sua velocità e quindi anche la sua energia cinetica, in modo che la somma delle due energie resta costante.

La recente « Teoria della relatività » di Alberto Einstein (1879-1955), di cui si farà cenno nel III volume, ha reso più ampio e generale il Principio di conservazione dell'energia trasformandolo nel Principio di conservazione dell'energia e della massa, dimostrando che materia (massa) ed energia sono due manifestazioni di una stessa entità e possono, in certi casi, trasformarsi reciprocamente fra loro, come avviene nelle cosiddette « reazioni atomiche ».

LE RESISTENZE PASSIVE

In teoria, nelle macchine semplici studiate, il lavoro della forza applicata è uguale a quello della forza resistente e ciò conferma il Principio di conservazione dell'energia. Però, in pratica, una parte di lavoro si spreca non perché l'energia si distrugga, ma perché essa si trasforma in calore per gli attriti e per la resistenza dell'aria. Sono queste le cosiddette resistenze passive delle quali si dirà ora brevemente.

Attrito

Occorre una certa forza per far strisciare sul pavimento una cassetta piena di sabbia (attrito radente); quando la cassetta è posta su sferette metalliche di uguale diametro o su rulli opportunamente disposti, la forza necessaria per spostarla risulta minore (attrito volvente). Si dice attrito la forza che si oppone al moto di un solido che scorre o rotola su un altro solido.

A parità di altre condizioni, l'attrito volvente è minore di quello radente: questo fatto è utilizzato nelle ruote e nei cuscinetti a sfere.

Togliendo la sabbia dalla cassetta sopracitata, cioè diminuendone il peso, si nota che l'attrito diminuisce: l'attrito è proporzionale alla forza con cui un corpo preme contro un altro. È possibile dimostrare che, invece, l'attrito non dipende dalla estensione delle superficie a contatto e neppure dalla velocità del moto.

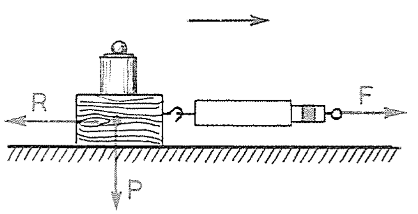


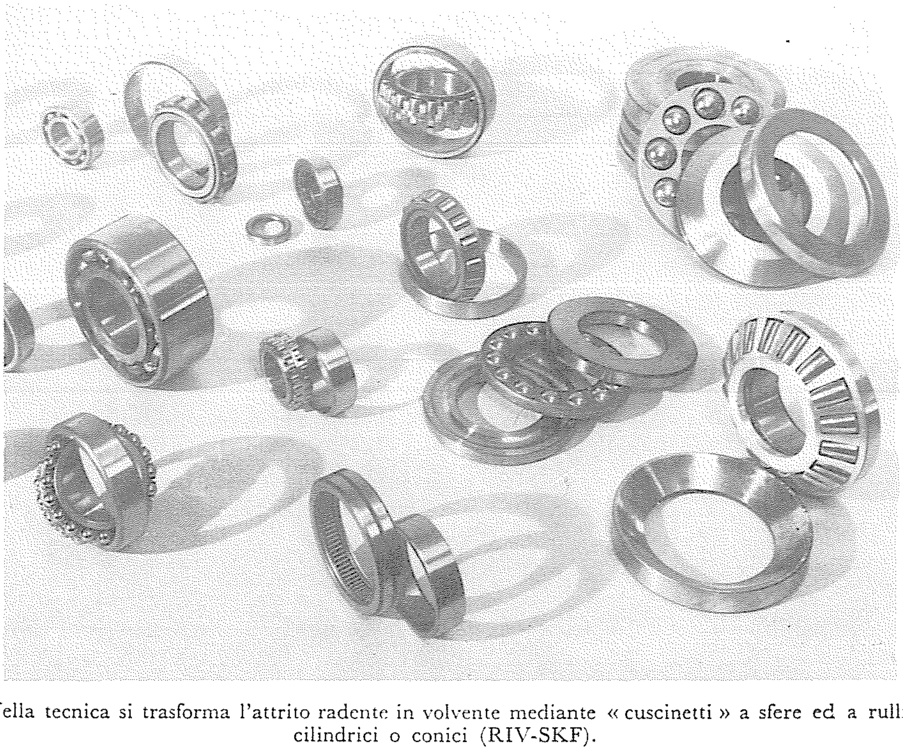
FIG. 118 – Dispositivo per la verifica delle leggi dell'attrito radente.

Se la cassetta è trascinata su un pavimento lucidato a cera o su una superficie piana e ghiacciata, si nota che l'attrito è minore: in ogni caso l'attrito dipende dalla natura della superficie a contatto.

Nelle macchine è utile usare opportune sostanze (oli minerali lubrificanti) che diminuiscono l'attrito ed evitano che si sprechi energia con sviluppo di una quantità eccessiva di calore.

Esperimenti atti a stabilire l'aderenza dei pneumatici su terreni bagnati (Michelin).

Si dimostra anche che, nel caso della ruota, ha importanza la lunghezza del raggio perché l'attrito volvente è inversamente proporzionale al raggio del corpo che rotola.



Nella tecnica si trasforma l'attrito radente in volvente mediante « cuscinetti » a sfere ed a rulli cilindrici o conici (RIV-SKF).

Resistenza del mezzo

Chi corre con le gambe in parte immerse nell'acqua o mette una mano fuori dal finestrino di un veicolo in rapido movimento nota una certa

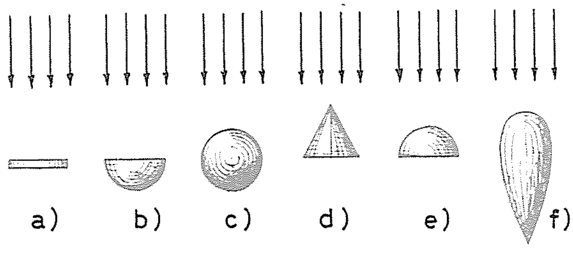
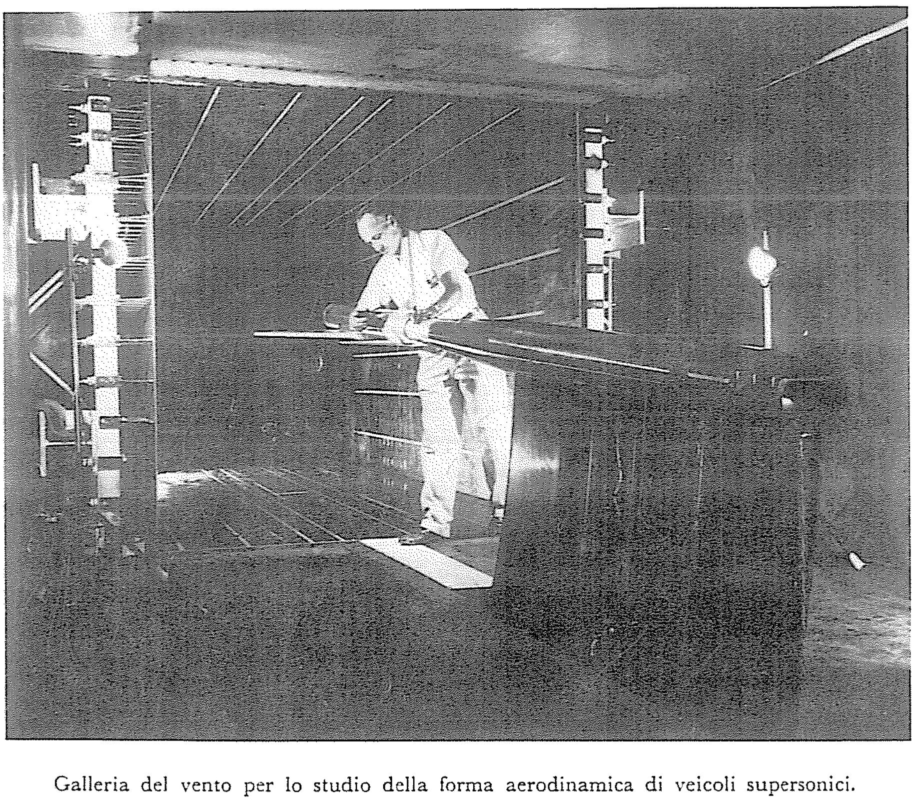


FIG. 119 - Oggetti di ugual sezione presentano resistenze diverse al moto di un fluido a seconda della loro forma: in figura la resistenza risulta decrescente procedendo da *a*) verso *f*).

resistenza: si dice resistenza del mezzo la forza che si oppone al moto di un solido in un fluido. Muovendo a diverse velocità, ora



Galleria del vento per lo studio della forma aerodinamica di veicoli supersonici.

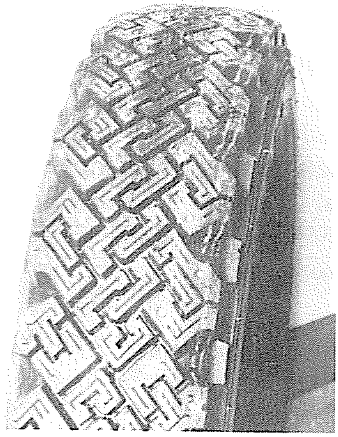
dalla parte concava ora dalla parte convessa, un grosso cucchiaio e un cucchiaino nell'acqua e nell'aria si nota che la resistenza del mezzo dipende dalla natura del fluido, dalla forma e dall'estensione del corpo in moto e cresce con la velocità del moto stesso.

Si ritornerà comunque su questo argomento nel capitolo dell'Aerodinamica.

Lo studio della resistenza del mezzo è molto importante nella progettazione di aeroplani, automobili, navi ecc.; la forma più opportuna da darsi a veicoli destinati a raggiungere alte velocità nell'aria (forma aerodinamica) o nell'acqua (forma idrodinamica) si ricava eseguendo esperimenti con modelli dei veicoli nelle « gallerie del vento » per gli aerei o in apposite « vasche » per navi e sommergibili.

LE RESISTENZE PASSIVE NON SONO SEMPRE DANNOSE

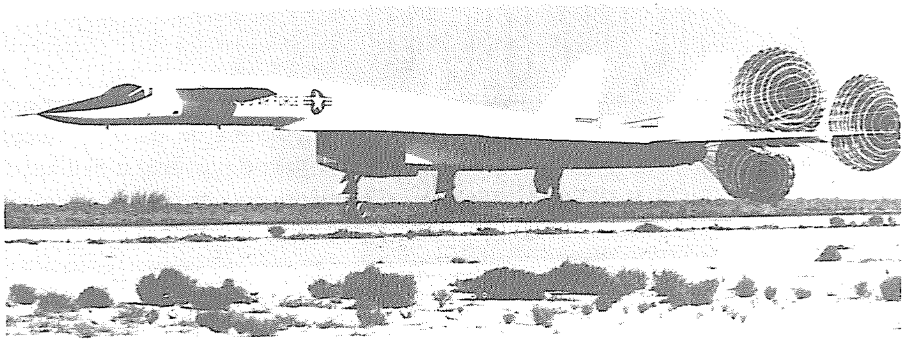
In moltissimi casi le resistenze passive sono di grande utilità: senza l'attrito non si potrebbe camminare (basti pensare a quello che succede quando ci si trova su una strada ghiacciata), le ruote dei veicoli a motore pur ruotando rapidamente



Particolare di pneumatico chiodato: i chiodi di tungsteno ed il battistrada a disegno speciale assicurano una notevole aderenza anche su neve e ghiaccio (Dunlop).

slitterebbero senza mettere in moto il veicolo stesso, i freni non servirebbero a nulla; senza la resistenza del mezzo gli uccelli non potrebbero volare né gli aeroplani sollevarsi, come si dirà in seguito, ed a nulla servirebbero le eliche ed i remi.

Anche il paracadute utilizza la resistenza del mezzo: raggiunta una certa velocità di caduta, la resistenza che l'aria oppone al moto del grande e robusto ombrello è tale da neutralizzare l'effetto della gravità, per cui il corpo continua a scendere verso terra con moto uniforme.



Impiego di paracadute per diminuire la velocità di un X B-70 in fase di atterraggio (Usis).

ELASTICITÀ DEI CORPI SOLIDI

Legge di Hooke

I corpi solidi non sono mai perfettamente indeformabili. Si dice elasticità la proprietà per cui un corpo, deformato per azione di una forza, tende a riprendere la forma ed il volume primitivi al cessare della forza deformante. Il corpo deformato sviluppa una reazione elastica, opposta alla forza deformante (uguale direzione e verso contrario), che aumenta al crescere della deformazione sino a quando non viene raggiunta una posizione di equilibrio tra le due forze (supposto, naturalmente, che il corpo non si spezzi).

Al cessare della forza deformante un corpo elastico riacquista la forma ed il volume primitivi e, a causa dell'inerzia, si deforma in senso opposto; si produce così una serie di deformazioni (praticamente smorzate) che, come quelle del pendolo, risultano isocrone. (Questo fatto trova applicazione nel bilancere degli orologi).

Nella pratica, le deformazioni dei corpi solidi scompaiono al cessare della forza deformante solo quando questa è piccola, cioè quando non viene superato un determinato limite (che varia da corpo a corpo) detto limite di elasticità; dunque, il limite di elasticità di un corpo è la massima forza che gli si può applicare senza provocare in esso una deformazione permanente misurabile. Superato tale limite le deformazioni divengono permanenti e, se la forza cresce ancora, il corpo si rompe (limite di rottura).

Vale la seguente legge, già incontrata studiando gli allungamenti di una molla: nei limiti di elasticità, le deformazioni sono direttamente proporzionali alle forze deformanti (legge di Hooke).

In particolare presentano interesse pratico i seguenti casi relativi a corpi solidi.

I - Elasticità di trazione e di compressione

Si consideri una sbarra fissata ad una estremità: una forza applicata all'altra estremità e diretta secondo l'asse della sbarra tende (in relazione al verso) ed allungarla oppure a comprimerla; si parla allora di elasticità di trazione e di compressione, le quali seguono le medesime leggi. Precisamente si verifica che l'allungamento (o l'accorciamento) Δl subito, entro i limiti di elasticità, da una sbarra di lunghezza l e di sezione normale costante s, per effetto di una forza $\vec{F}$, è espresso dalla formula

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{F l}{s},$$

nella quale E è una costante caratteristica della sostanza che costituisce la sbarra (modulo di elasticità di trazione).

Per esempio, se $\vec{F}$ è misurata in kg_p ed s in mm^2, si hanno i seguenti valori approssimati (*):

Ferro o acciaio:	$E = 21'000$ kg/mm²
Alluminio:	$E = 7'000$ kg/mm²
Legno (parallelamente alla fibra):	$E = 1'000$ kg/mm².

Dalla formula precedente risulta che la deformazione per trazione o compressione è direttamente proporzionale alla forza applicata

(*) Non ha influenza l'unità usata per misurare l e Δl purché sia la stessa per entrambe le lunghezze.

ed alla lunghezza della sbarra ed inversamente proporzionale alla sezione della sbarra stessa.

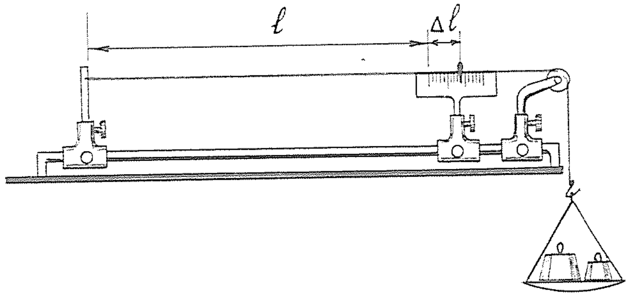


FIG. 120 - Dispositivo per determinare sperimentalmente il modulo di elasticità di trazione relativo ad un filo.

ESERCIZIO - Quale allungamento subisce un filo di acciaio lungo 7 m ed avente il raggio di 2 mm per effetto della trazione prodotta da un peso di 30 kg?

Si ottiene

$$l = \frac{1}{21{\cdot}000} \; \frac{7{\cdot}000 \cdot 30}{3{,}14 \cdot 2^2} \; mm \simeq 0{,}79 \; mm.$$

II - Elasticità di flessione

Una sbarra prismatica a sezione rettangolare di lunghezza l sia fissata ad un estremo e tenuta orizzontalmente (Fig. 121); una forza $\vec{F}$, applicata

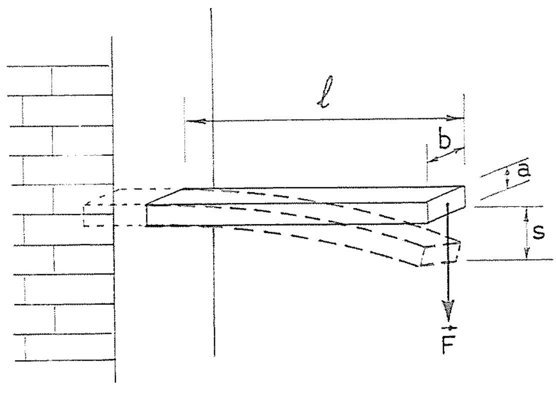


FIG. 121.

all'altro estremo perpendicolarmente alla sbarra, produce una deformazione (flessione), per cui l'estremo libero si abbassa di una lunghezza s, detta **saetta** di flessione. Se a è la dimensione verticale (**spessore**) della sbarra e b la sua dimensione orizzontale (**larghezza**), risulta valida la formula

$$s = \frac{4}{E} \; \frac{F\,l^3}{a^3\,b} ,$$

dove E è il già citato modulo di elasticità di trazione, caratteristico della sostanza che forma la sbarra. Quindi **la saetta di flessione è direttamente proporzionale alla forza flettente ed al cubo della lunghezza della sbarra, mentre è inversamente proporzionale alla larghezza ed al cubo dello spessore della sbarra stessa.**

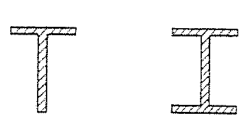


Fig. 122.

Risulta quindi opportuno, se si vuole che la flessione sia minima, aumentare lo spessore rispetto alla larghezza della sbarra; nel caso pratico si impiegano sbarre aventi sezioni particolari (Fig. 122), sia nel caso ora considerato, sia quando la sbarra (trave che sostiene ponti, solai ecc.) è fissata ad entrambi gli stremi.

III - Elasticità di torsione

Una sbarra cilindrica di raggio r e lunghezza l, fissata ad un estremo, sia sottoposta all'altro estremo ad una coppia di forze di momento (**momento torcente**) M, che faccia ruotare di un angolo α la base della sbarra stessa (**angolo di torsione**).

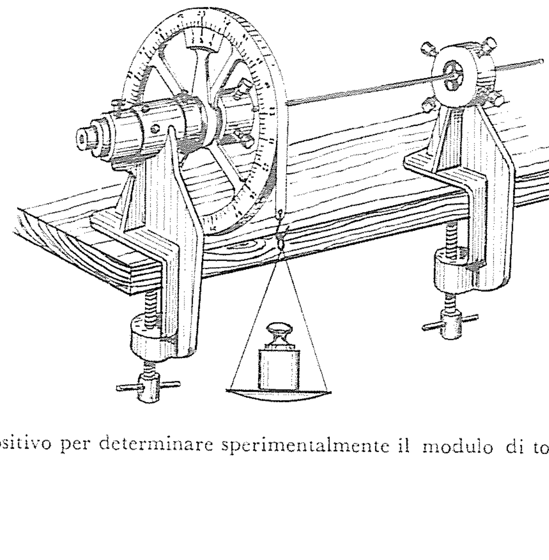


Fig. 123 - Dispositivo per determinare sperimentalmente il modulo di torsione di una sbarra.

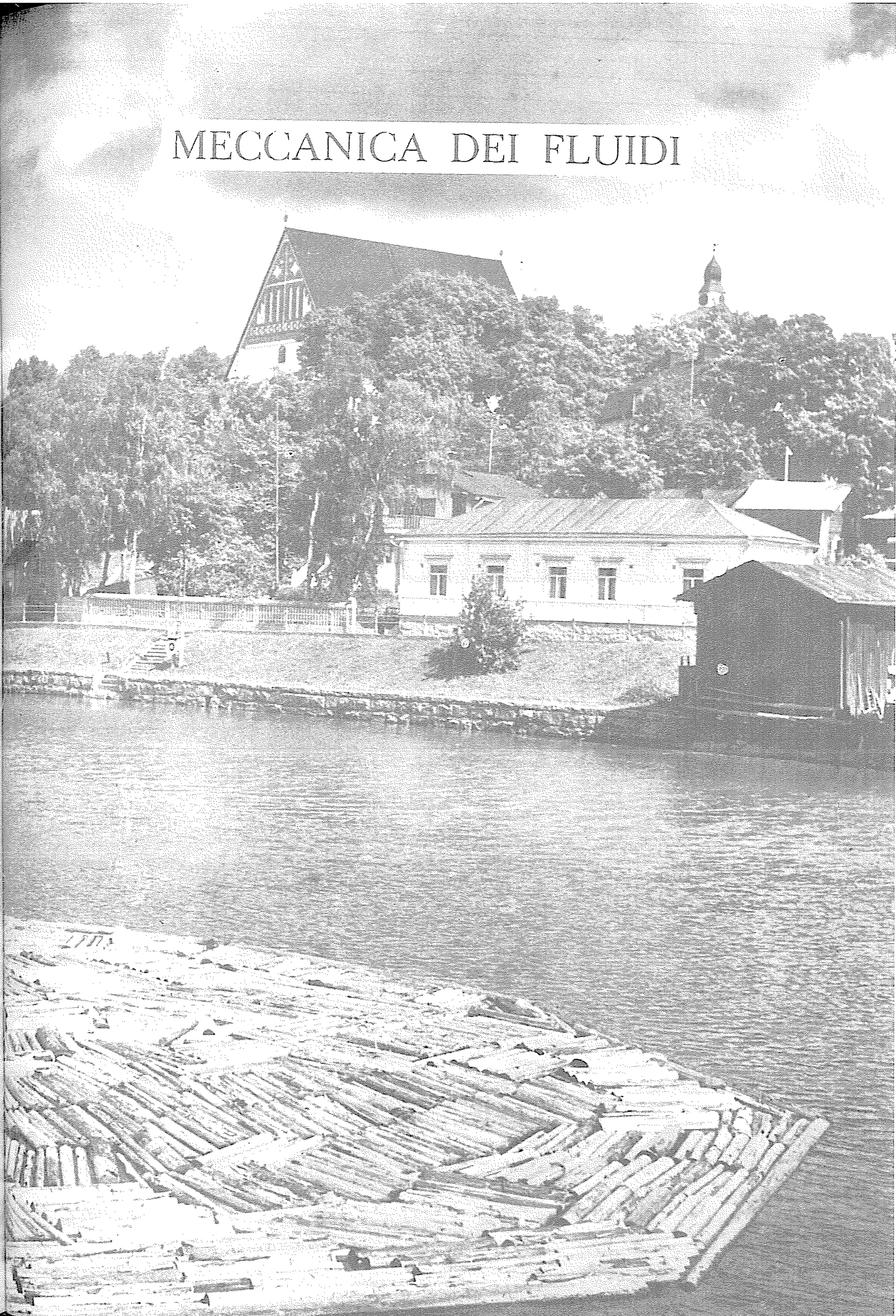
Risulta valida la seguente formula

$$\alpha = \frac{1}{G} \frac{l\,M}{r^4},$$

dove G è una costante caratteristica della sostanza che costituisce la sbarra (modulo di torsione). Dunque l'angolo di torsione di una sbarra cilindrica è direttamente proporzionale alla lunghezza della sbarra ed al momento torcente ed inversamente proporzionale alla quarta potenza del raggio della sbarra stessa.

Valutando le torsioni in fili lunghi e molto sottili, di modulo di torsione noto, è possibile misurare forze molto piccole, ottenendo in tal modo bilance di estrema sensibilità (bilance di torsione).

MECCANICA DEI FLUIDI

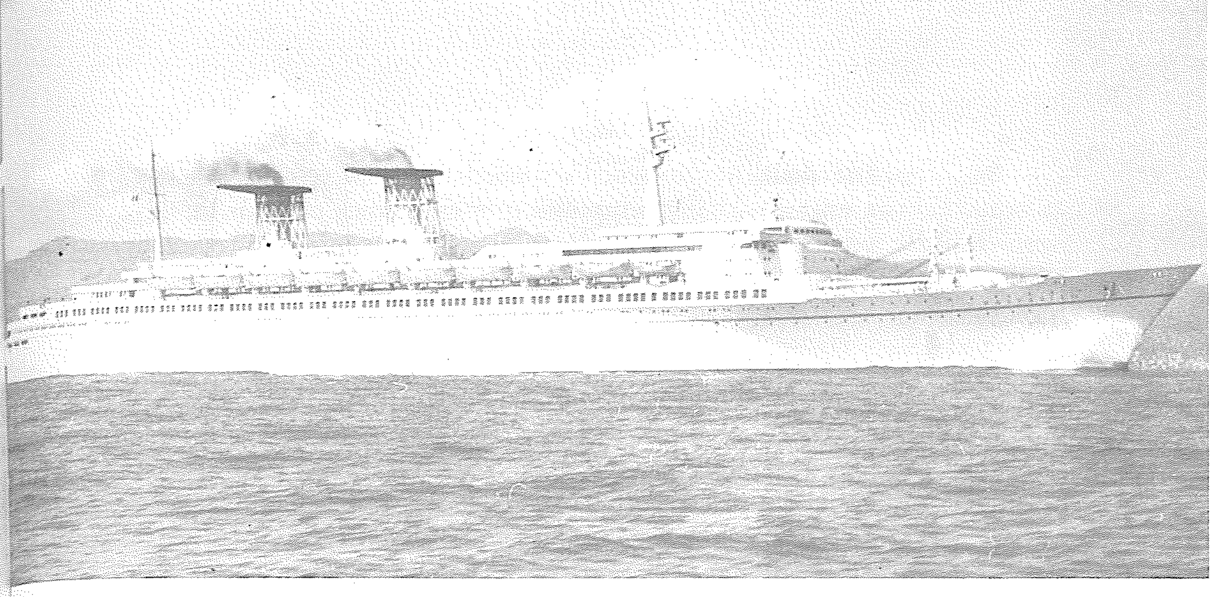


« Fluitazione »: sistema di trasporto del legname che utilizza i corsi d'acqua sui quali il legname stesso galleggia; è usato soprattutto nelle regioni Scandinave, in Canada ed in Russia. I tronchi sono tenuti assieme mediante catene.

MECCANICA DEI FLUIDI

Col nome di fluido si intende indifferentemente un liquido o un aeriforme a causa della loro affinità (si dice quindi che l'acqua, la benzina, l'aria, l'ossigeno sono dei fluidi); sia nei liquidi che negli aeriformi infatti, le molecole che li costituiscono hanno una grande libertà di movimento mentre nei solidi sono vincolate ad oscillare attorno a posizioni di equilibrio. Poiché tuttavia esistono anche diversità di comportamento fra essi, è opportuno procedere separatamente allo studio secondo il seguente schema:

Meccanica dei fluidi	I) STATICA (dei fluidi in quiete)	a) dei liquidi (Idrostatica)
		b) degli aeriformi (Aerostatica)
	II) DINAMICA (dei fluidi in movimento)	a) dei liquidi (Idrodinamica)
		b) degli aeriformi (Aerodinamica)



Turbonave Raffaello (Società Italia).

I) - STATICA DEI FLUIDI

a) STATICA DEI LIQUIDI (IDROSTATICA)

L'Idrostatica studia le proprietà dei liquidi in quiete

Proprietà generali dei liquidi

1°) Poichè un litro di acqua posto in qualunque recipiente occupa sempre lo stesso volume, si può affermare che

> i liquidi hanno un volume proprio.

2°) Versando successivamente dell'acqua prima in un bicchiere, poi in una tazza, si vede che essa assume la forma del recipiente in cui viene messa (Fig. 124); dunque

> un liquido non ha forma propria, ma assume la forma del recipiente che lo contiene.

3°) Versando della benzina, dell'acqua, dell'etere si osserva che essi si muovono con estrema facilità e rapidità, per cui si dice che tali liquidi sono mobili; versando invece dell'olio, o, meglio, del miele, si vede che essi si muovono lentamente, per cui si dice che tali liquidi sono viscosi. Concludendo:

liquidi diversi hanno diversa fluidità.

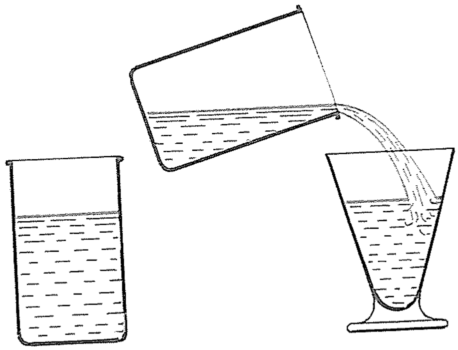


FIG. 124.

Nei liquidi mobili evidentemente le forze di attrazione molecolare sono assai deboli, mentre in quelli viscosi sono rilevanti; per caratterizzare la mobilità di un liquido gli si attribuisce una « viscosità» maggiore o minore; il vetro viene considerato addirittura come un liquido ad eccezionale viscosità: infatti un blocco di vetro, in quiete per un periodo di tempo sufficientemente lungo, sotto l'azione del suo stesso peso si deforma, si « insacca »; per tale ragione le grandi e pesanti lenti dei canocchiali non sono immobili nello strumento, ma animate da un lentissimo moto di rotazione che rende uniformi e quindi non nocive le deformazioni.

La nafta che viene usata, come combustibile, per il riscaldamento domestico ed industriale, non è un'unica sostanza; si hanno invece prodotti diversi caratterizzati proprio dal punto di vista della loro viscosità: si hanno perciò nafte dense, semifluide e fluide, a seconda del trattamento e delle sostanze ed impurità in esse incorporate.

4°) In un cilindro contenente acqua, chiuso a tenuta perfetta da uno stantuffo appoggiato sul liquido, un indice fornisce, su una scala graduata, la posizione iniziale dello stantuffo ed è in grado di segnalare eventuali spostamenti di esso; se si pongono dei pesi sulla parte superiore dello stantuffo si osserva che l'indice praticamente non si muove; per ottenere un minimo spostamento si dovrà esercitare sullo stantuffo una forza enorme, per cui si può affermare che

i liquidi sono praticamente incompressibili.

5°) Supponendo poi di essere riusciti, mediante aggiunta di un peso elevatissimo, ad ottenere lo spostamento dello stantuffo, si osserva che, non appena tolto il peso, l'indice ritorna nella posizione primitiva, cioè che lo stantuffo risale al punto di partenza; allora, poiché un corpo si dice elastico quando si deforma per azione di una certa forza, ma riprende forma e volume primitivi al cessare della forza deformante, si può concludere che

i liquidi sono elastici.

Si deve notare che si tratta di una elasticità perfetta e duratura, a differenza di quella dei solidi, che perdono elasticità al passare del tempo e col crescere delle sollecitazioni.

Le applicazioni delle due ultime caratteristiche, cioè la scarsissima compressibilità e la notevole elasticità dei liquidi, sono numerose e di estrema importanza:

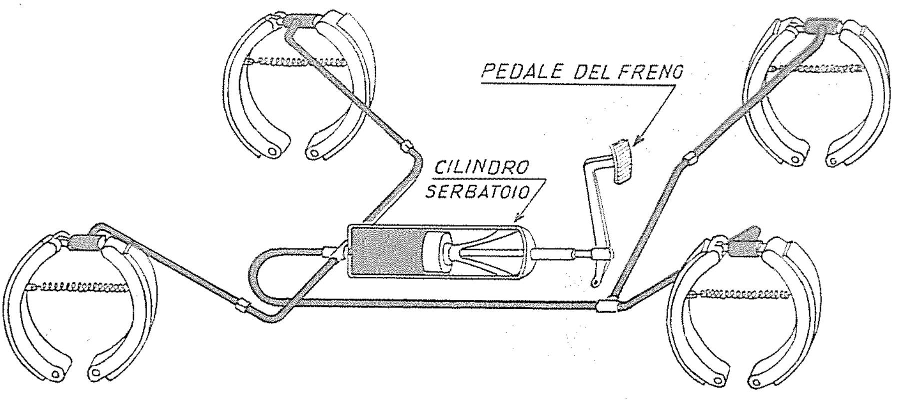


Fig. 125 – Schema di freni idraulici per autoveicoli.

basta pensare ai freni idraulici usati in tutti gli autoveicoli, agli elevatori idraulici ed a tutti i dispositivi, comunissimi nella tecnica attuale, che impiegano un liquido per trasmettere impulsi e pressioni.

6º) Come si dispone un liquido in quiete, sotto la sola azione del suo peso e cioè della gravità? L'osservazione quotidiana indica che l'acqua contenuta in un recipiente, escludendo le immediate vicinanze delle pareti, si dispone orizzontalmente, e ciò anche se si inclina il recipiente; dunque essa si dispone perpendicolarmente alla direzione della forza di gravità, che è verticale, per cui si può affermare che

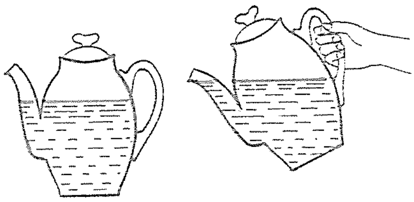
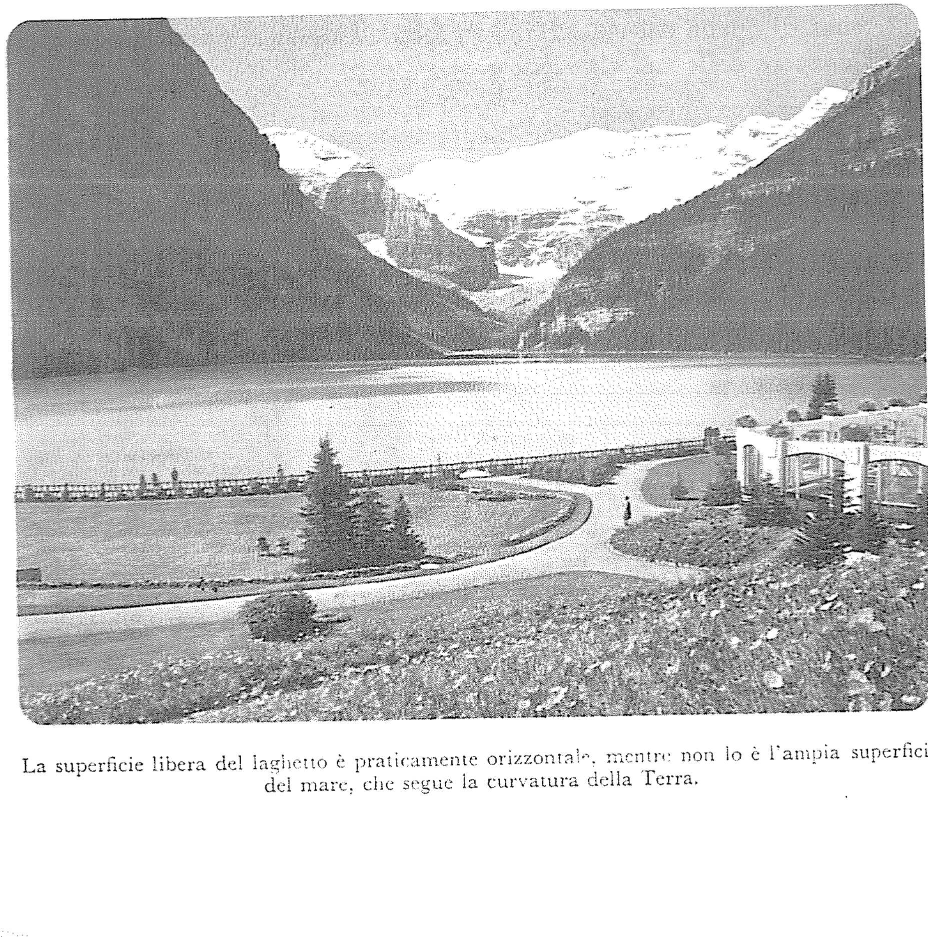


Fig. 126.

la superficie libera di un liquido soggetto alla sola azione della forza di gravità (superficie di livello) è perpendicolare alla direzione della gravità, cioè appare orizzontale.



La superficie libera del laghetto è praticamente orizzontale, mentre non lo è l'ampia superficie del mare, che segue la curvatura della Terra.

Naturalmente se sul liquido agiscono altre forze, oltre al peso, la superficie varia, non è più orizzontale, ma assume altre forme; se per esempio il recipiente ruota il liquido è sollecitato, oltre che dalla forza peso, anche dalla forza centrifuga e la superficie ha sezione parabolica, variabile al variare della velocità; tale fatto trova applicazione proprio in un misuratore di velocità (tachimetro).

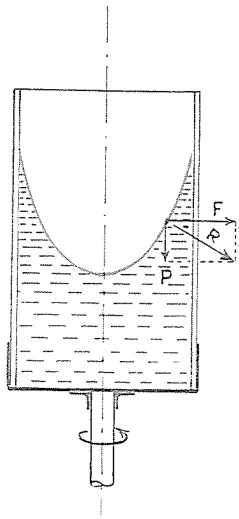


FIG. 127 - Principio di funzionamento di un tachimetro.

Principio di Pascal per i liquidi

Ad una sfera elastica, di gomma, piena di acqua, è applicato un cilindro nel quale scorre uno stantuffo a tenuta perfetta; spingendo lo stantuffo verso il basso, cioè esercitando una pressione in una sola direzione, si vedrà la sfera aumentare di volume senza deformarsi; non si osserveranno cioè protuberanze che indicherebbero sollecitazioni in direzioni privilegiate o non perpendicolari alla superficie premuta. Si può allora enunciare il Principio di Pascal per i liquidi:

> una pressione esercitata in un punto di un liquido si trasmette in tutte le direzioni con la stessa intensità e sempre perpendicolarmente alla superficie premuta.

Questo principio può essere anche illustrato mediante il semplice dispositivo in figura: esercitando una pressione con lo stantuffo, dai forellini escono sottili zampilli tutti di uguale lunghezza.

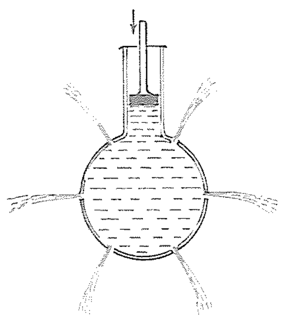


FIG. 128.

Torchio idraulico - Come conseguenza del Principio di Pascal e della definizione di pressione si consideri l'apparecchio indicato schematicamente nella Fig. 129: si hanno due recipienti verticali a forma cilindrica, aventi sezione diversa e collegati fra loro per mezzo di un tubo (« vasi comunicanti »); sia per esempio $S_1 > S_2$. Sulla superficie S_1 agisca una forza F_1; che forza F_2 si dovrà esercitare sulla superficie S_2 per ottenere l'equilibrio? Considerando una qualunque sezione A del condotto di comunicazione dei due

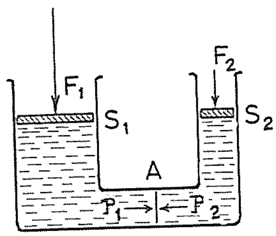


Fig. 129.

vasi, è evidente che, in condizioni di equilibrio, le pressioni dovute alle forze applicate, che si trasmettono per il Principio di Pascal in tutte le direzioni, dovranno essere uguali dalle due parti di A; essendo le due pressioni rispettivamente $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$ e $p_2 = \frac{F_2}{S_2}$, e dovendo essere per l'equilibrio: $p_1 = p_2$, sarà:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}\,; \tag{23}$$

da questa proporzione, permutando i medi, risulta:

$$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}}\;. \tag{24}$$

Cioè

> per avere equilibrio le forze prementi devono essere proporzionali alle superficie premute.

Da questa proprietà discende che è possibile equilibrare una forza anche rilevante mediante una debole: basta che questa forza sia esercitata su una superficie sufficientemente piccola. La Fig. 130 rappresenta schematicamente un «torchio idraulico», macchina di grande importanza applicativa.

Il torchio idraulico è largamente impiegato per comprimere paglia, cotone, lana ecc., onde ottenere «balle» di dimensioni relativamente limitate; per spremere uva e semi oleosi (arachide, soia, mandorle, noci ecc.); come

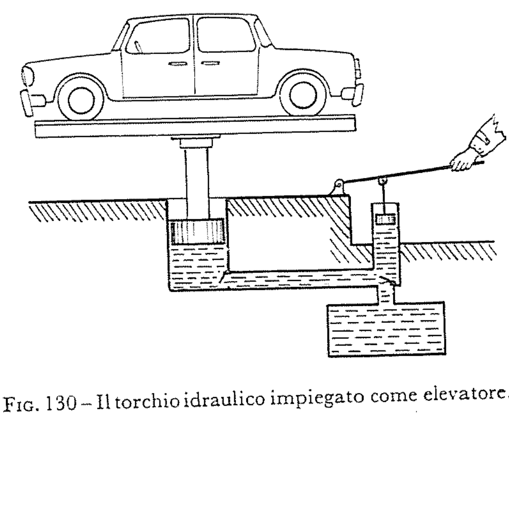
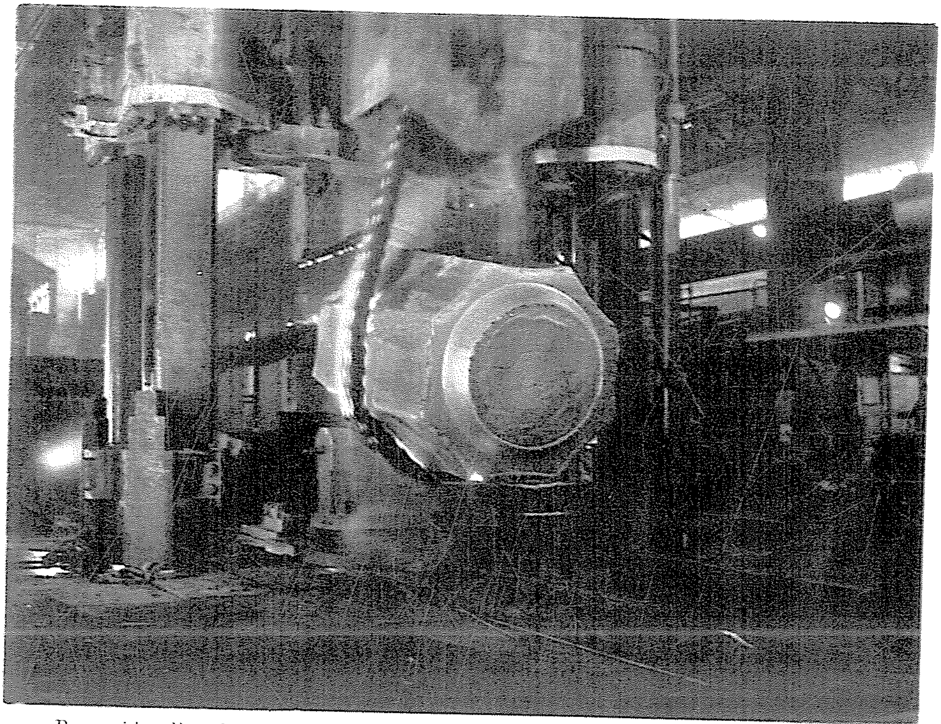


Fig. 130 – Il torchio idraulico impiegato come elevatore.

pressa per esercitare compressioni elevatissime, capaci di piegare e sagomare lamiere e pezzi metallici; come elevatore per innalzare pesi anche enormi; per provocare alte pressioni allo scopo di provare la resistenza di tubi o serbatoi, cioè per studiare la resistenza dei materiali; in Merceologia per comprimere cubetti di calcestruzzo per determinare la resistenza dei vari tipi di cemento; per trasmettere comandi ed impulsi ad una certa distanza, come nei « freni



Pressa idraulica da 12'000 tonnellate per la fucinatura di enormi lingotti (Terni).

idraulici » delle automobili, nei quali il comando del piede del guidatore viene trasmesso agli organi frenanti.

ESERCIZIO – Il diametro del cilindro maggiore di un torchio idraulico, usato come pressa idraulica, è di 160 cm; il diametro del cilindro minore è di 4 cm; che forza si dovrà applicare sul cilindro minore per esercitare sul cilindro maggiore una forza di 10,82 tonnellate?

Per la (23), essendo i raggi di 80 cm e 2 cm rispettivamente, risulta :

$$\frac{10'820}{\pi \cdot 80^2} = \frac{x}{\pi \cdot 2^2},$$

da cui si ottiene la forza incognita x :

$$x = \frac{4 \cdot 10'820}{80^2} \; kg = 6{,}76 \; kg.$$

Pressioni esercitate da un liquido

Presi un recipiente contenente acqua ed un cilindro di vetro aperto da entrambe le basi, si chiuda la base inferiore con un disco leggero, di dimensioni un po' maggiori di quelle della base, sostenendolo con un filo; immergendo il cilindro nell'acqua e lasciando il filo, il disco non cade. Perché? La pressione atmosferica si esercita tanto sul liquido del reci-

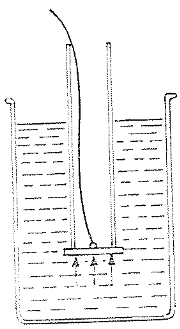


Fig. 131.

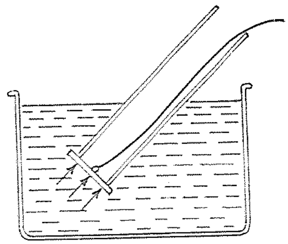


Fig. 132.

piente che sul disco, per cui non ha alcuna influenza; rimane la pressione esercitata dal liquido contenuto nel recipiente che, per il Principio di Pascal, si trasmette in tutte le direzioni con la stessa intensità, quindi anche dal basso verso l'alto, sostenendo il disco. Per determinare il valore di tale pressione si versa acqua dall'esterno nel cilindro; si vedrà che il dischetto rimane fisso alla base del cilindro finché il livello dell'acqua in esso quasi raggiunge ed uguaglia il livello nel recipiente esterno; a tale punto il disco si stacca e cade sul fondo del recipiente. Dunque la forza che lo sostiene è equivalente al peso di una colonna di acqua avente come base il disco ed altezza uguale alla distanza del disco dalla superficie libera del liquido. Inclinando a piacimento il cilindro si verifica che la forza agente sul disco, a parità di distanza dalla superficie libera, rimane invariata. Concludendo:

> la forza agente su una qualunque superficie interna al liquido è indipendente dalla forma del recipiente e dipende solo dalla colonna liquida che sovrasta la superficie considerata, cioè dipende dalla estensione di quest'ultima superficie, dalla sua distanza dalla superficie libera e dalla natura del liquido, ossia dal suo peso specifico.

Precisamente la forza agente su una superficie S, immersa in un liquido di peso specifico p_s, a distanza h dalla superficie libera, sarà:

$$F = p_s \cdot S \cdot h ,$$

per cui, essendo la pressione p data dal rapporto $\frac{F}{S}$, risulta:

$$\boxed{p = p_s \cdot h} \quad . \tag{25}$$

Questa è la relazione di Stevino, che permette di calcolare la pressione in un qualunque punto e su una qualsiasi superficie interna al liquido.

L'esperienza del « paradosso idrostatico » conferma quanto affermato: molte volte si è indotti a confondere il peso del liquido contenuto in un recipiente con la forza agente sul fondo, cioè si può erroneamente credere di misurare, con l'apparecchio usato per le esperienze relative al paradosso idrostatico, il peso del liquido contenuto in ogni recipiente; invece si misura solo la forza che si esercita sul fondo, data dal peso della colonna liquida avente come base la superficie del fondo e come altezza la distanza del fondo dalla superficie libera del liquido; il peso del liquido contenuto nel recipiente po-

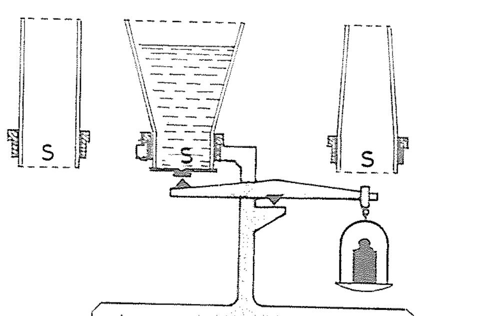


FIG. 133 – Paradosso idrostatico.

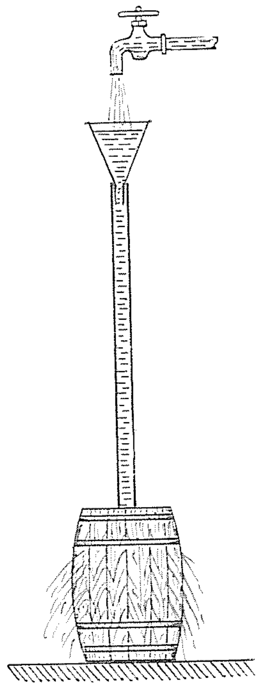


FIG. 134 – Botte di Pascal.

trebbe essere invece determinato con una bilancia che misuri, oltre alla pressione sul fondo, anche tutte le altre forze che il liquido esercita sulle pareti. Come conseguenza di quanto ora visto si può effettuare un'altra esperienza curiosa ed a prima vista paradossale: la « botte di Pascal »; eppure basta pensare che sul fondo e sulle pareti della botte si esercita una pressione notevole, data dal peso di una colonna di liquido avente come base il fondo della botte ed altezza rilevante (dal fondo della botte all'estremità superiore del tubo); la pressione esercitata da una tale forza è ben in grado di sfasciare il recipiente!

Così pure, le pressioni esercitate, per il Principio di Pascal, sulle pareti dei recipienti, spiegano le esperienze di cui alle Figg. 135 e 136; come si vede, si tratta di annullare, su alcuni punti di un recipiente contenente un liquido, la pressione esercitata dal liquido stesso; nei punti diametralmente opposti del recipiente rimane allora efficace una forza non più equilibrata, che spinge il recipiente in verso opposto a quello della forza annullata; tali fatti costituiscono anche una verifica del 3º Principio (di azione e reazione) della Dinamica.

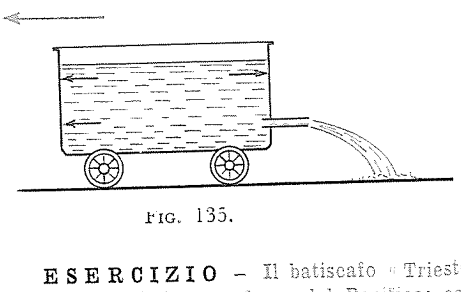


FIG. 135.

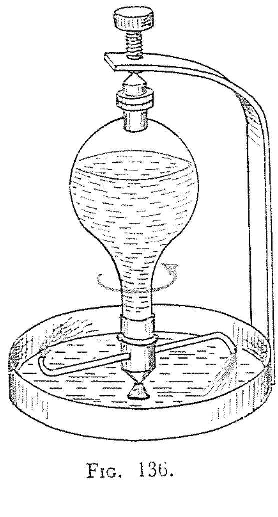
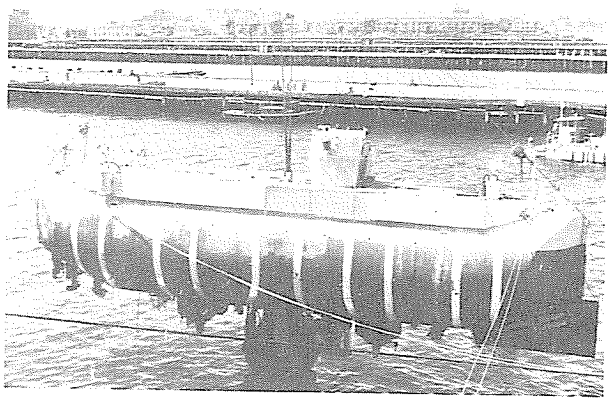


FIG. 136.

ESERCIZIO – Il batiscafo « Trieste » si è immerso fino alla profondità di circa 11'000 metri, in una fossa del Pacifico; calcolare la forza a cui è sottoposto ogni m^2 di superficie, supponendo che l'acqua di mare abbia peso specifico 1,03 t/m^3.

Dalla (25) risulta :

$$p = (1{,}03 \cdot 11'000)\ t/m^2 = 11'330\ t/m^2.$$



Batiscafo Trieste.

Fauna abissale – È noto che le pressioni idrostatiche determinate dall'acqua sono assai rilevanti non appena la profondità raggiunge valori di una certa entità: ad esempio alla profondità di soli 150 m la pressione è già di oltre 150 t/m^2. Pensando allora alla immensità degli oceani sorge spontanea la domanda: nella profondità dei mari può esistere la vita animale? Tenendo presente i valori enormi della pressione suddetta ed il fatto che inoltre l'oscurità è praticamente assoluta essendo la luce solare assorbita in modo pressoché totale dagli strati liquidi sovrastanti, si dovrebbe rispondere negativamente alla domanda. Invece le recenti esplorazioni effettuate mediante opportuni batiscafi hanno portato alla scoperta ed alla conoscenza di una interessantissima « fauna abissale », indicando con tale nome l'insieme di animali (pesci, crostacei ecc.) viventi nei mari a profondità maggiori di 600-700 metri. È evidente che la loro forma, generalmente strana, e la loro costituzione sono atte a consentire la vita a tali profondità, superando le due già citate gravissime difficoltà. Esistono poi anche animali che vivono sul fondo degli oceani a profondità enormi; sono stati osservati alcuni esemplari all'incredibile profondità di 7200 metri, dove il loro corpo è sottoposto ad una pressione di oltre 70 tonnellate per dm^2 !

È evidente che gli appartenenti alla fauna abissale, catturati per ragioni di studio, prima di essere portati alla superficie vanno opportunamente incapsulati per essere mantenuti alla pressione per essi consueta, onde evitare una loro « esplosione » dovuta alla rilevantissima pressione interna.

Vasi comunicanti

Si considerino alcuni vasi di diversa forma, capacità ed inclinazione, fra loro comunicanti, a sezione sufficientemente grande, con esclusione cioè dei cosiddetti « tubi capillari », aventi diametro piccolissimo; versando in uno di essi un liquido, per esempio dell'acqua, lo si vede disporsi allo stesso livello in tutti i rami, per cui risulta valido il Principio dei vasi comunicanti nel caso di uno stesso liquido:

> in più vasi comunicanti uno stesso liquido si dispone allo stesso livello.

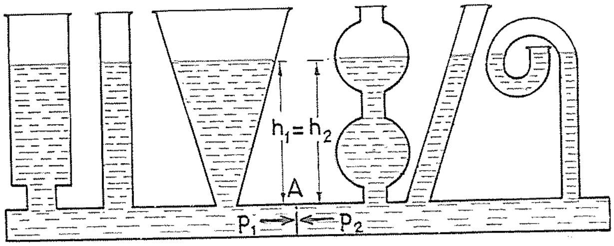


FIG. 137.

Questo principio è una conseguenza del fatto che in una sezione qualunque A del condotto di collegamento fra i vasi, perché il liquido sia in equilibrio, dovrà essere: $p_1 = p_2$ e per la (25): $h_1 = h_2$.

Livella ad acqua – Consta essenzialmente di due bicchieri di vetro comunicanti nella parte inferiore e sostenuti da un treppiedi; l'acqua versata in uno di

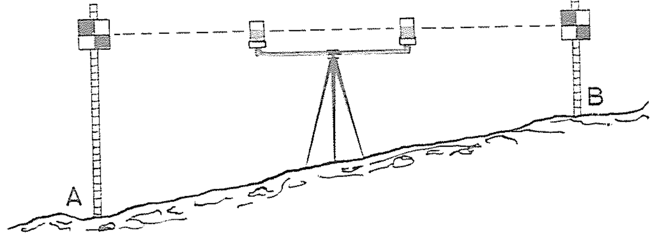


FIG. 138 – Livella ad acqua.

essi si dispone allo stesso livello nei due recipienti, determinando con la superficie libera una linea retta, che permette, mirando a due paline graduate, di ottenere il dislivello fra i punti A e B in cui appoggiano le paline stesse.

Pozzi – Per la ricerca dell'acqua si procede generalmente a trivellazioni facendo scendere nel terreno un tubo; se questo si innesta in un canale sotterraneo di acqua (« falda acquifera »), proveniente da un serbatoio naturale sotterraneo situato ad altezza maggiore di quella a cui si trova il terreno nel punto della trivellazione, l'acqua sprizza spontaneamente e, per il Principio dei vasi comunicanti, dovrebbe portarsi alla stessa altezza del serbatoio di partenza; se in effetti ciò non si verifica è perchè si ha una perdita notevole di energia per attrito, data

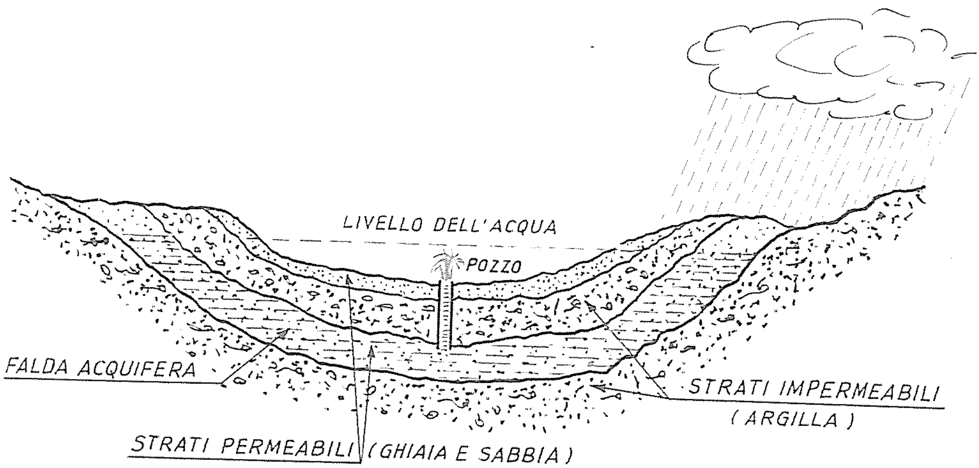


FIG. 139.

la distanza, talora rilevante, dalla sorgente. Se invece il serbatoio di partenza non è ad altezza sufficiente occorre procedere all'estrazione dell'acqua mediante pompe. In maniera identica si procede per le trivellazioni dei pozzi petroliferi.

Fontane – Per ottenere una fontana è sufficiente che il serbatoio sia situato in una posizione abbastanza elevata: allora l'acqua zampilla spontaneamente, in teoria fino all'altezza del serbatoio, in pratica assai meno, a causa delle solite perdite di energia per l'attrito lungo le condutture. Se il dislivello fra serbatoio e punto di utilizzazione è insufficiente si dovrà provvedere mediante pompe e motori.

Nelle fontane di montagna il serbatoio è costituito da bacini naturali, direttamente alimentati dai ghiacciai e dai nevai.

Distribuzione dell'acqua potabile – Il caso è del tutto simile al precedente; praticamente si pone un grande serbatoio ad altezza rilevante, maggiore di quella del più alto edificio della zona da servire, continuamente ed automaticamente rifornito da motopompe che estraggono acqua dai pozzi e la immettono, sollevandola, nel serbatoio; l'acqua da tale altezza scende e, incanalata nella apposita rete di tubi, giunge nelle abitazioni; in teoria, per il Principio dei vasi comunicanti, può salire alla stessa altezza del serbatoio, ma in pratica, per la già accennata e notevole perdita di energia a causa dell'attrito nelle condutture e per il continuo prelievo, sale ad un'altezza nettamente inferiore; anche in questo caso, perciò, per far giungere l'acqua potabile ai piani superiori dei palazzi occorre provvedere alla spinta mediante apposite pompe.

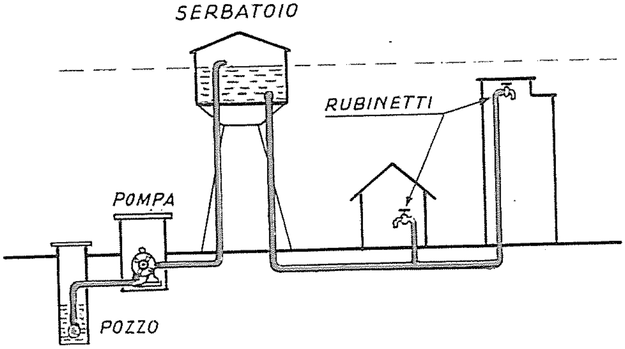


Fig. 140 – Schema di distribuzione dell'acqua potabile.

Si pongano ora in due vasi comunicanti due liquidi diversi non miscibili, aventi rispettivamente densità ϱ_1 e ϱ_2; per l'uguaglianza delle pressioni nel punto B di contatto dei due liquidi, in condizioni di equilibrio, per la relazione di Stevino dovrà essere:

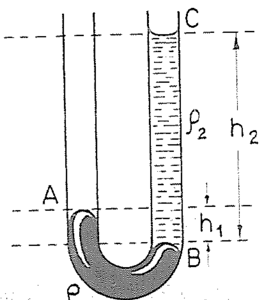


Fig. 141.

$$\varrho_1 g h_1 = \varrho_2 g h_2 ,$$

cioè

$$\varrho_1 h_1 = \varrho_2 h_2 ,$$

o anche

$$h_1 : h_2 = \varrho_2 : \varrho_1 .$$

Dunque

in due vasi comunicanti, liquidi diversi si dispongono ad altezze inversamente proporzionali alle rispettive densità.

È questo il Principio generale dei vasi comunicanti, che comprende, come caso particolare, quello visto in precedenza; infatti se $\varrho_1 = \varrho_2$ risulta $h_1 = h_2$.

Fenomeni di capillarità

Si considerino due vasi di vetro, comunicanti, dei quali quello a sinistra abbia sezione normale, quello a destra invece sezione ridottissima (« tubo capillare »). Ponendo in essi dell'acqua si osserva che, contrariamente al Principio dei vasi comunicanti, essa non si dispone allo stesso livello nei due vasi, ma nel tubo capillare raggiunge un livello B maggiore di quello A del tubo normale; esaminando mediante una lente d'ingrandimento la superficie libera del liquido nel ramo B si vede che essa presenta una concavità (« menisco ») rivolta verso l'alto, al posto del consueto andamento rettilineo di una superficie orizzontale di livello. Se si ripete la esperienza sostituendo all'acqua il mercurio, si osserva che nel tubo capillare il menisco presenta la concavità verso il basso e raggiunge un livello minore che nel tubo a sezione normale. Dunque per i tubi capillari non vale il Principio dei vasi comunicanti. Il diverso comportamento dei due liquidi considerati è determinato da particolari forze attrattive agenti fra le molecole dei corpi (azioni molecolari); precisamente si ha una forza attrattiva fra le molecole di uno stesso corpo (coesione) ed una forza attrattiva che si esercita invece fra le molecole di corpi diversi

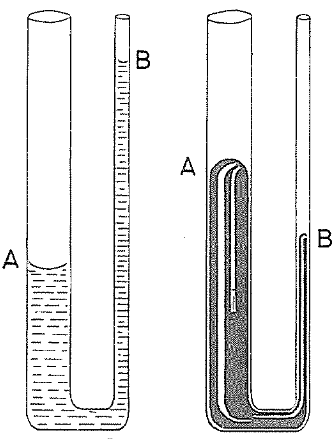


FIG. 142.

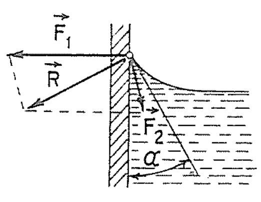
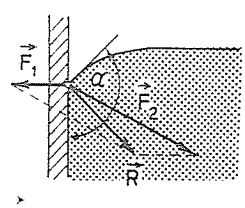


FIG. 143 – La forza $\vec{F}_1$ di adesione è maggiore di quella $\vec{F}_2$ di coesione; la risultante $\vec{R}$ è diretta verso la parete del recipiente e la superficie libera del liquido, normale a tale risultante, è concava (caso dell'acqua contenuta in un recipiente di vetro pulito). L'angolo α, detto « angolo di raccordo » è acuto.



La forza $\vec{F}_1$ di adesione è minore di quella $\vec{F}_2$ di coesione, la risultante $\vec{R}$ è diretta verso l'interno del liquido e la superficie libera del liquido, normale a tale risultante, è convessa (caso del mercurio contenuto in un recipiente di vetro). L'angolo di raccordo è, in questo caso, ottuso.

posti a contatto (adesione). Nei casi sopra considerati è evidente che, nei punti lontani dalle pareti del recipiente in cui il liquido è contenuto, sarà efficace, oltre alla forza peso, solo la forza di coesione agente fra le molecole del liquido, per cui la superficie libera risulterà approssimativamente orizzontale; invece nei punti posti in prossimità delle pareti agiranno contemporaneamente le due forze considerate: la coesione fra le molecole del liquido e l'adesione fra le molecole del liquido e quelle della parete. Nel caso dell'acqua, l'adesione prevale sulla coesione (si dice che l'acqua « bagna » le pareti), mentre nel caso del mercurio la coesione prevale sull'adesione (si dice che il mercurio

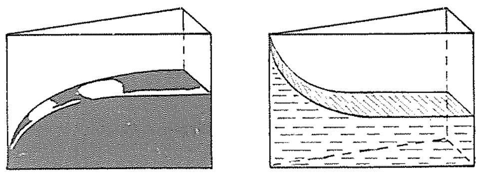


FIG. 144 – In un recipiente prismatico di vetro a forma di cuneo con angolo di apertura assai piccolo la superficie di un liquido non è orizzontale, ma assume un profilo a forma di archi di iperbole equilatera; tale superficie è convessa se il liquido non bagna le pareti (mercurio, a sinistra), concava nel caso contrario (acqua, a destra)

« non bagna » le pareti). Ripetendo gli esperimenti con tubi capillari di raggio (e quindi sezione) diverso, si osserva che, al diminuire del raggio, aumentano l'innalzamento capillare (nei liquidi che si comportano come l'acqua) o la depressione (nei liquidi che si comportano come il mercurio). Precisamente da numerose, accurate esperienze e misure effettuate, si è dimostrata valida la legge di Borelli-Jurin:

> nei tubi capillari l'innalzamento (o la depressione) di un liquido è inversamente proporzionale al raggio del tubo.

In molti strumenti scientifici vi sono dei tubi capillari contenenti un liquido, che generalmente è mercurio; la sezione particolarmente ridotta del tubo è richiesta dalla necessità di aumentare la prontezza e la sensibilità degli strumenti; in tali apparecchi è allora indispensabile tener conto del fenomeno di capillarità, che introdurrebbe nelle misure errori dovuti al fatto che il menisco di mercurio si dispone ad un livello inferiore a quello a cui dovrebbe effettivamente trovarsi.

Molti fenomeni naturali sono dovuti sostanzialmente alla capillarità: è per effetto di capillarità che un liquido imbeve una zolletta di zucchero, che il petrolio o l'olio salgono lungo lo stoppino di una lucerna, che si imbevono i corpi a natura porosa come mattoni, creta, porcellana non verniciata, carta assorbente ecc.. . . . ; in ogni caso si tratta dunque di corpi porosi, presentanti cioè canali a sezione estremamente ridotta, veri tubi capillari, lungo i quali i liquidi salgono per effetto di capillarità. Non esiste un limite di sezione di un tubo, oltre il quale non è più

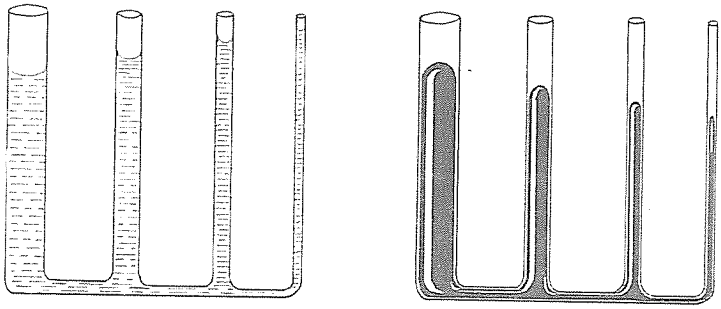


FIG. 145 - Verifica sperimentale della legge di Borelli-Jurin.

considerato capillare: cioè si definisce semplicemente capillare un tubo avente sezione molto piccola, per esempio con diametro di 1 mm o anche meno, e presentante in modo marcato i fenomeni di cui sopra.

Tensione superficiale

Si è visto come fra le molecole di un liquido si esercitino forze attrattive di coesione; mentre, come è ovvio, all'interno del liquido tali forze si equilibrano mutuamente, ciò non avviene per lo strato superficiale: infatti le molecole che ad esso appartengono vengono attratte verso l'interno del liquido da forze, dovute alla coesione, non equilibrate da altre (Fig. 146). Il liquido sarà dunque « chiuso » da una specie di **membrana elastica** che determina una « **tensione superficiale** ».

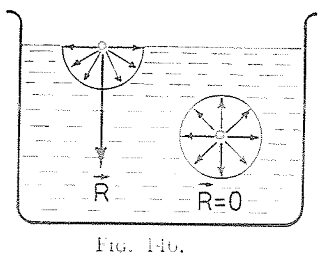


FIG. 146.

L'esistenza di tale membrana è dimostrata da numerosi e talora suggestivi fatti sperimentali: un ago appoggiato con cautela sull'acqua contenuta in un reci-

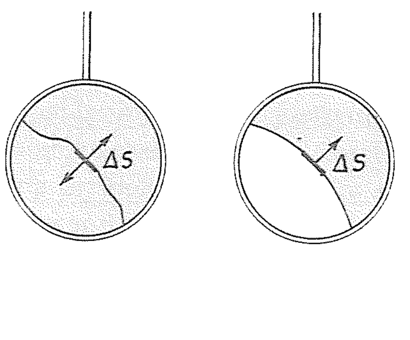


FIG. 147 - Il filo immerso in una lamina di acqua saponata, racchiusa da un anello metallico, non risente alcuna sollecitazione per l'equilibrio delle forze su esso agenti (a sinistra). L'annullarsi di una delle due parti della lamina determina la tensione del filo; la forma da esso assunta è un arco di circonferenza poiché in tal modo la superficie della lamina risulta minima (a destra).

piente non va a fondo, ma galleggia, nonostante sia costituito da una sostanza, l'acciaio, avente peso specifico ben maggiore di quello dell'acqua; l'insetto detto

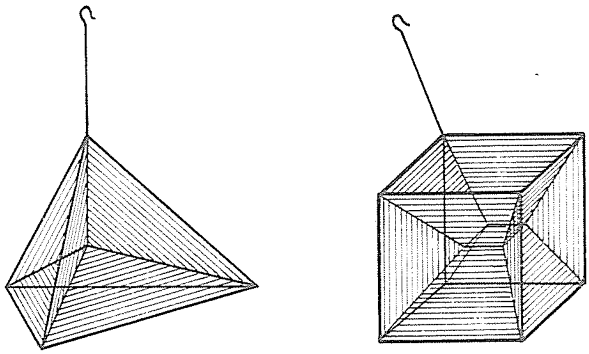
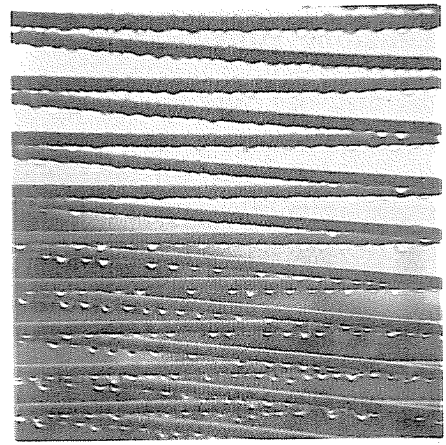


FIG. 148 – Anche nel caso di tralicci metallici, costituenti ad esempio solidi geometrici, le lamine liquide assumono posizioni di minima superficie.

idrometra scivola sull'acqua come se questa fosse un solido; le bolle di sapone presentano una notevole resistenza alla rottura, pur essendo assai sottili.



I vari fenomeni molecolari danno ragione del fatto per cui le gocce d'acqua restano aderenti ai relativi supporti ed assumono la loro caratteristica forma.

Principio di Archimede per i liquidi

È noto che un pezzo di sughero o di legno, tenuto sott'acqua, appena lasciato libero torna a galla con notevole rapidità, tanto da essere addirittura proiettato fuori della superficie libera del liquido; evidentemente tale corpo è stato spinto da una forza diretta verticalmente dal basso verso l'alto. Per precisare l'intensità di tale forza si può effettuare un'esperienza mediante la «bilancia idrostatica»: sotto al piattello **C** di una bilancia si sospendono due cilindri metallici, uno cavo ***A*** e l'altro massiccio B, tali che il volume di B sia uguale a quello della cavità di A; mediante pesi opportuni posti sull'altro piattello D si equilibra il sistema. Immergendo poi completamente il cilindro B nell'acqua contenuta in un recipiente, si osserva che la bilancia trabocca dalla parte di D : evidentemente il cilindro B, immerso nell'acqua, ha subìto una forza, diretta verticalmente verso l'alto (« spinta di Archimede »), di cui è possibile determinare l'intensità. Con cautela e lentamente si versa acqua

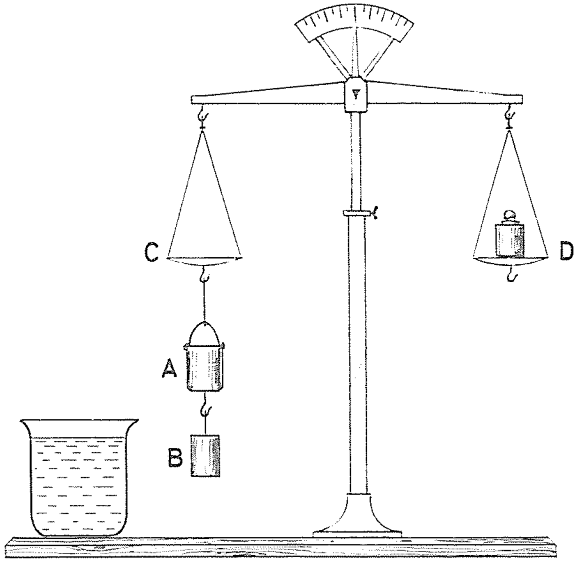


FIG. 149 - Bilancia idrostatica.

nel cilindro cavo A: quando questo è pieno d'acqua l'equilibrio viene ristabilito; dunque la spinta subita dal corpo B immerso nell'acqua risulta esattamente uguale al peso del liquido avente lo stesso volume del corpo immerso, per cui si può enunciare il Principio di Archimede per i liquidi:

> un corpo immerso in un liquido subisce una spinta verticale diretta dal basso verso l'alto, la cui intensità è uguale al peso del volume di liquido spostato; tale spinta risulta applicata nel baricentro della massa liquida spostata (« centro di spinta »).

Giustificazione teorica del Principio di Archimede

Si consideri un corpo solido, per esempio di forma cilindrica, immerso in un liquido di densità ϱ; sia S l'area della superficie di ciascuna delle due basi del cilindro, poste rispettivamente a distanza h_1 ed h_2 dalla superficie libera del liquido. Poiché le pressioni che si esercitano sulla superficie laterale del cilindro non hanno alcun effetto, in quanto si annullano a due a due, si devono considerare soltanto le due pressioni p_1 e p_2 che si esercitano rispettivamente sulla base superiore e su quella inferiore. Tali pressioni risultano diverse, essendo le superficie su cui si esercitano poste a distanze diverse dalla superficie libera del liquido; precisamente, in base alla relazione di Stevino, la pressione sulla base superiore vale

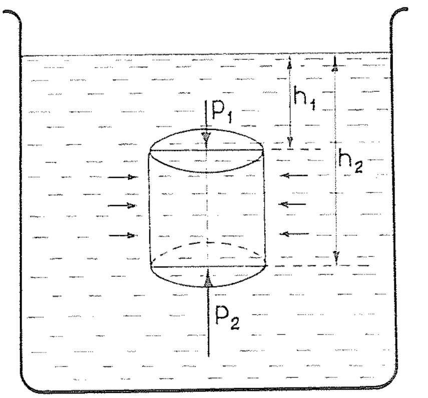


FIG. 150.

$$p_1 = \varrho\, g\, h_1 ,$$

mentre quella sulla base inferiore è

$$p_2 = \varrho\, g\, h_2 .$$

Le forze corrispondenti che si esercitano sulle basi sono allora rispettivamente

$$F_1 = \varrho\, g\, h_1\, S$$

e

$$F_2 = \varrho\, g\, h_2\, S ;$$

tali forze hanno versi opposti, come risulta dalla figura, e quella diretta verso l'alto, $\vec{F}_2$, supera la forza $\vec{F}_1$ diretta versa il basso, essendo $h_2 > h_1$. Allora la risultante $\vec{R}$ di tali due forze (spinta idrostatica o spinta di Archimede) è diretta verso l'alto e vale

$$R = F_2 - F_1 = \varrho\, g\, (h_2 - h_1)\, S ;$$

l'espressione $(h_2 - h_1)$ S rappresenta il volume V del corpo immerso e quindi la risultante è

$$R = \varrho g V .$$

Poiché ϱV rappresenta la massa del liquido « spostato » dal corpo immerso e $\varrho g V$ il suo peso, risulta che la spinta idrostatica è proprio uguale al peso del liquido spostato.

Equilibrio dei corpi immersi in un liquido. Perché un pezzo di legno, immerso in acqua, galleggia, mentre un sasso va rapidamente a fondo? Su un corpo immerso in un liquido agiscono due forze: 1°) La forza peso P, diretta verticalmente verso il basso, applicata nel baricentro del corpo. 2°) La spinta di Archimede (o « idrostatica ») S, diretta verticalmente verso l'alto, applicata nel baricentro del volume di liquido spostato. Sono allora possibili tre casi:

a) $P > S$; il peso prevale sulla spinta di Archimede, circostanza che si verifica evidentemente allorché il peso specifico del corpo immerso è maggiore del peso specifico del liquido; il corpo affonda. Così si comporta un sasso messo nell'acqua.

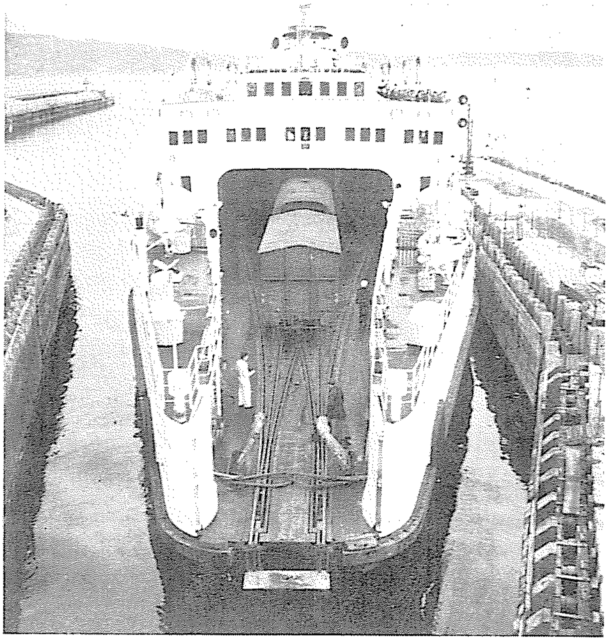
b) $P < S$; la spinta di Archimede prevale sul peso, cioè il peso specifico del corpo immerso è minore del peso specifico del liquido; il corpo sale, sospinto dalla « forza ascensionale » $S - P$ finché il peso del liquido spostato uguaglia quello del corpo. Così si comporta un pezzo di legno immerso nell'acqua.

c) $P = S$; le due forze, uguali come intensità e contrarie come verso, si equilibrano, allorché i due pesi specifici sono uguali; il corpo rimane immerso nel liquido in qualunque posizione. Questo comportamento può essere raggiunto da un sommergibile.

1) Le navi galleggiano sul mare trovandosi nel caso b), in cui cioè $P < S$; può stupire che gigantesche corazzate e portaerei, cinte da corazze di acciaio e portanti grandi cannoni, possano galleggiare; ma nel calcolo del peso specifico della nave si deve tener conto del notevole spazio occupato dall'aria, che, avendo peso specifico di gran lunga minore di quello dell'acqua, compensa largamente quello del materiale (acciaio) avente peso specifico maggiore.

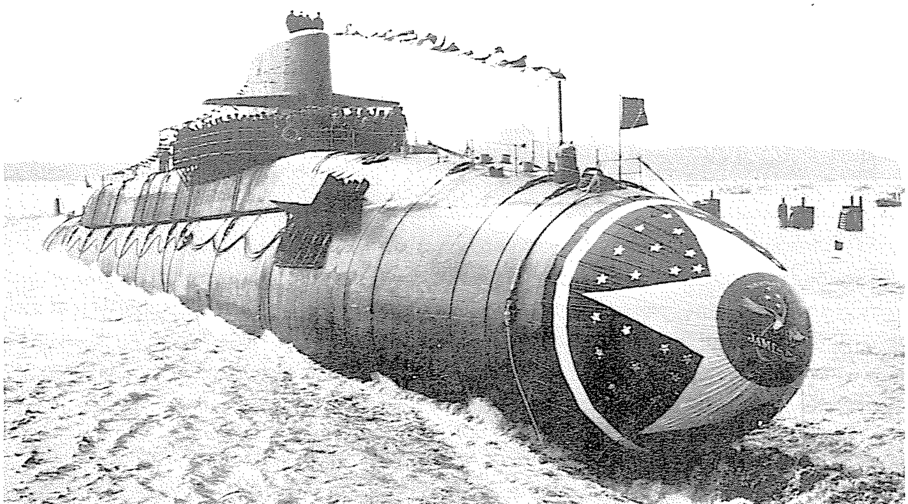
2) I sommergibili, com'è noto, sono navi capaci di navigare sia in superficie che in immersione; lo scafo, di particolare robustezza onde sopportare le notevoli pressioni idrostatiche a cui è soggetto in immersione, porta una serie opportunamente calcolata di cassoni, cioè di ambienti a tenuta per-

fetta (« compartimenti stagni»); mediante pompe è possibile immettere acqua in tali compartimenti oppure vuotarli, secondo necessità; quando essi sono vuoti il sommergibile naviga in superficie (« emersione») come una nave; quando i cassoni sono, tutti o in parte, riempiti di acqua, il sommergibile si immerge fino alla voluta profondità. La propulsione è diversa a seconda che si tratti di navigazione in emersione (motore Diesel) o in immersione (motore elettrico), mentre va ormai generalizzandosi la propulsione nucleare, che presenta numerosi vantaggi, fra i quali fondamentale l'autonomia praticamente illimitata.



Nave traghetto Aspromonte.

3) Grazie al Principio di Archimede ed alla bilancia idrostatica è possibile ottenere, con notevole semplicità, il peso specifico relativo di un corpo; questo



Varo di un moderno sommergibile atomico a propulsione nucleare (Usis).

si sospende sotto un piattello di una bilancia e si equilibra ponendo sull'altro piattello un peso P_1; si immerge completamente il corpo in acqua distillata a 4 °C; poichè la bilancia trabocca dalla parte del peso P_1 si pone sull'altro piattello un peso P_2 per ristabilire l'equilibrio; per definizione di peso specifico relativo risulta direttamente:

$$P_r = \frac{P_1}{P_2}. \tag{26}$$

ESERCIZIO – Determinare il peso specifico relativo del rame.

Un pezzo di rame, avente peso $P_1 = 107{,}16$ g, si pone sotto il piattello di sinistra di una bilancia idrostatica, e si equilibra il sistema ponendo sul piattello di destra uno stesso peso P_1; immergendo il pezzo di rame completamente in acqua distillata a 4 °C, l'asta della bilancia si inclina dalla parte destra e l'equilibrio viene ristabilito ponendo pesetti sul piattello di sinistra per un peso $P_2 = 12$ g. Per la (26) risulta allora :

$$p_r = \frac{107{,}16}{12} = 8{,}93.$$

Il metodo ora esposto raggiunge una buona precisione, ma richiede un'apparecchiatura ingombrante e delicata.

Per determinare celermente il peso specifico di un liquido si usa un apparecchio detto «areometro» o «densimetro», consistente sostanzialmente in un cannello di vetro graduato (per confronto con i risultati ottenuti con altri metodi) portante sul fondo zavorra in modo da permettere una disposizione di funzionamento verticale. Tale strumento si immergerà tanto più nel liquido in esame quanto più questo avrà peso specifico basso ed affonderà finchè il suo peso, conformemente al Principio di Archimede, uguaglierà il peso del liquido spostato; il peso specifico viene letto direttamente sulla graduazione, per cui l'apparecchio è semplice, robusto e dà misure rapide e facili, anche se non molto precise. A seconda degli usi a cui vengono destinati, gli areometri assumono poi nomi particolari: si hanno per esempio gli «alcoolometri», per determinare direttamente la percentuale di alcool contenuta nel vino: poichè il peso specifico dell'alcool è 0,8 mentre quello dell'acqua è 1, dalla maggiore o minore immersione dello strumento si risale alla cercata percentuale; l'alcoolometro di Gay Lussac o centesimale presenta ad una estremità il valore 0, ed il valore 100 in corrispondenza al punto d'immersione nell'alcool puro; l'alcoolometro ufficiale italiano è quello di Tralles, graduato in % in volume di alcool (gradi Tralles). I «lattodensimetri» servono alla determinazione della percentuale di sostanze grasse conte-

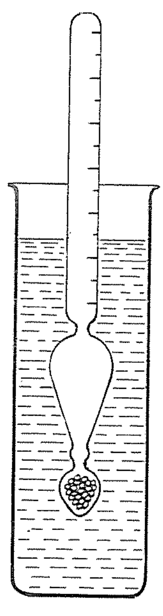


FIG. 151 – Areometro.

nute nel latte; poichè le sostanze grasse hanno peso specifico minore di quello dell'acqua, una semplice occhiata al punto d'immersione del densimetro permette di stabilire se il latte è stato annacquato ed in quale misura.

ESERCIZIO – In un recipiente contenente acqua di mare è posto un pezzo di ghiaccio avente forma cilindrica, di base S ed altezza h; fino a che altezza x si immergerà?

Per il Principio di Archimede il pezzo di ghiaccio affonderà finché il peso del liquido spostato uguaglierà il suo peso; dovrà cioè essere:

$$S' \text{ (spinta di Archimede)} = P \text{ (peso del pezzo di ghiaccio)};$$

poiché il peso specifico del ghiaccio è 0,92 e quello dell'acqua di mare è 1,03 si ha:

$$P = 0{,}92 \cdot S \cdot h\,;\; S' = 1{,}03 \cdot S \cdot x\,;$$

uguagliando risulta:

$$\frac{x}{h} = \frac{0{,}92}{1{,}03} \cong \frac{9}{10} \quad \text{e cioè:} \quad x \cong \frac{9}{10}\,h.$$

Poichè dunque un pezzo di ghiaccio affonda in acqua per circa i 9/10 del suo volume, gli icebergs, che si elevano al di fuori dell'acqua ad altezze di oltre 50 metri, avendo la parte immersa circa 9 volte maggiore, si estendono notevolmente sott'acqua! A causa del gravissimo pericolo che essi rappresentano per la navigazione, gli Stati Uniti hanno istituito un apposito servizio di segnalazione ed eventualmente di distruzione degli icebergs.

b) STATICA DEGLI AERIFORMI (AEROSTATICA)

L'Aerostatica studia le proprietà dei gas in quiete

Proprietà generali degli aeriformi

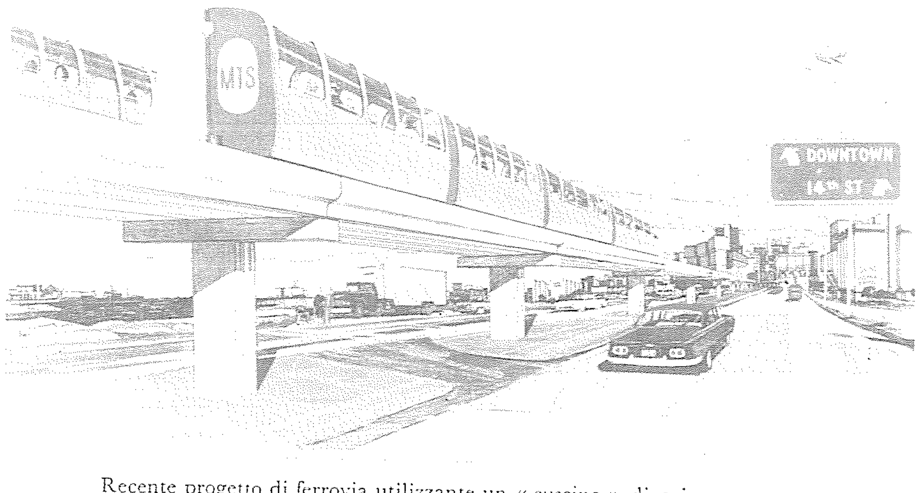
1°) **Gli aeriformi** non solo, come i liquidi, **non hanno forma propria**, ma **non hanno** neppure **volume proprio**, per cui occupano l'intero ambiente in cui vengono messi.

2°) Per quanto riguarda la compressibilità ed elasticità degli aeriformi, procedendo a esperienze analoghe a quelle effettuate per i liquidi, risulta che

i gas sono assai compressibili ed elastici.

Numerose ed importanti sono le applicazioni dell'elasticità di un gas compresso: martello pneumatico, posta pneumatica, fucile ad aria compressa ecc.

3°) I gas pesano. Generalmente si è portati a credere che un gas non abbia un peso proprio; ma la seguente esperienza prova l'erroneità di tale opinione: un palloncino rigido pieno di gas, per esempio aria, viene posto su un piattello di una sensibilissima bilancia; dopo aver equili-



Recente progetto di ferrovia utilizzante un « cuscino » di aria compressa.

brato il sistema mediante pesi sull'altro piattello, si toglie l'aria dal palloncino mediante uno speciale apparecchio di cui si dirà in seguito (« macchina pneumatica »). La bilancia risulta squilibrata e pende dalla parte del piattello con i pesi, dimostrando così che l'aria contenuta nel palloncino aveva un proprio peso; i pesetti aggiunti sull'altro piattello per ristabilire l'equilibrio del sistema danno evidentemente il peso dell'aria contenuta nel palloncino. Risulta precisamente che

> un litro di aria, alla temperatura di 0 °C ed al livello del mare, pesa 1,3 g,

per cui 1 m^3 di aria (equivalente a 1'000 litri, ovvero a 1'000 dm^3) pesa 1,3 kg. L'esperienza ripetuta con vari gas fornisce valori variabili con la natura del gas in esame: si trovano così gas leggerissimi, come l'idrogeno, e gas notevolmente più pesanti, come il cloro.

Non ci si deve stupire del fatto che i gas abbiano un peso: basta pensare che essi sono formati da molecole, ad ognuna delle quali è applicata la forza di gravità; il peso del gas, analogamente a quanto già visto per i solidi, è la risultante di tutte le forze parallele, dovute alla gravità, applicate alle singole molecole.

ESERCIZIO – Determinare il peso dell'aria (a pressione ordinaria) contenuta in una camera di abitazione avente dimensioni rispettivamente di 3, 4 e 6 metri. Se invece dell'aria ci fosse dell'idrogeno, il gas più leggero, quale sarebbe il peso, sapendo che 1 m^3 di idrogeno in condizioni normali pesa 0,089 kg?

Poiché il volume della camera è di 72 m^3 ed 1 m^3 di aria in condizioni normali pesa 1,3 kg, il peso totale dell'aria contenuta nella camera sarà:

$$(72 \cdot 1{,}3)\ kg = 93{,}6\ kg.$$

Il peso totale dell'idrogeno risulterebbe invece:

$$(72 \cdot 0{,}089)\ kg = 6{,}408\ kg.$$

Principio di Pascal per gli aeriformi

Ripetendo con un gas l'esperimento effettuato con i liquidi mediante impiego di una sfera cava ed elastica, risulta il Principio di Pascal per gli aeriformi:

> una pressione esercitata in un punto di un aeriforme si trasmette in tutte le direzioni con la stessa intensità e sempre perpendicolarmente alla superficie premuta.

La verifica di tale Principio si può anche effettuare col dispositivo in figura: esercitando una pressione con lo stantuffo l'innalzamento del liquido risulta uguale in tutti i tubetti.

Distribuzione del gas illuminante nelle abitazioni. Sul gas viene esercitata una pressione in partenza, dal gasometro; il gas sotto pressione è quindi avviato nelle apposite condutture e può giungere agli apparecchi di utilizzazione. Tale distribuzione è perciò analoga a quella dell'acqua potabile, ma in questa la pressione è determinata dal dislivello esistente fra serbatoio ed impianto di utilizzazione.

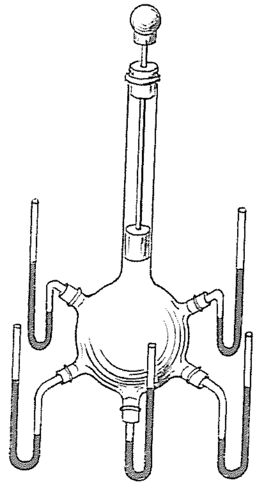


FIG. 152.

Pressione atmosferica

Poiché i gas pesano, la Terra, circondata da un'atmosfera estendentesi a grande altezza (oltre 200 km), sarà gravata da un peso notevole esercitato dalla coltre di aria, cioè sarà sottoposta ad una pressione, detta appunto « pressione atmosferica »; questa agisce dall'alto verso il basso, ma, per il Principio di Pascal, si trasmette ed esercita in tutte le direzioni con la stessa intensità.

Numerose esperienze provano l'esistenza di tale pressione in tutte le direzioni:

Crepavesciche – Un cilindro di vetro aperto da entrambe le basi poggia sul piatto di una macchina pneumatica; la base superiore è chiusa da una membrana elastica (« vescica ») inizialmente ben tesa, che non si incurva poichè la pressione atmosferica agisce in ugual misura su entrambe le facce; cominciando ad estrarre l'aria dal cilindro si vede che a mano a mano che il grado di vuoto aumenta la membrana si incurva presentando la concavità verso l'alto, finchè, ad un certo punto, si spacca con un notevole rumore, denunciando l'entrata dell'aria esterna, a pressione normale, nel cilindro. La membrana si può disporre in tutte le direzioni: il risultato non varia.

Pipetta – Consiste in un piccolo recipiente di vetro, costituito da un tubo a sezione non costante aperto alle due estremità; serve per prelevare liquidi da un recipiente ed è di uso comune nei laboratori di Chimica. Si immerge nel recipiente contenente il liquido da prelevare; per il Principio dei vasi comunicanti o mediante aspirazione il liquido sale lungo la pipetta fino al livello del recipiente esterno; si toglie la pipetta dopo averne chiuso con un dito la parte superiore: il liquido contenuto nella pipetta non cade attraverso la base inferiore, che pure è aperta, in quanto viene sostenuto dalla pressione atmosferica, non più agente nella parte superiore, chiusa dal dito dell'operatore; se infatti si alza il dito la pressione atmosferica torna ad esercitarsi anche sulla parte superiore equilibrando quella della base inferiore; allora sotto l'azione del suo peso il liquido scende immediatamente.

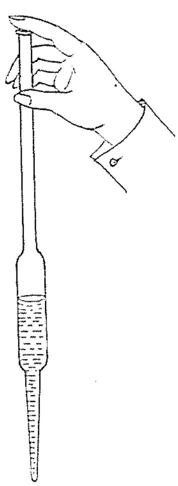


Fig. 153 – Pipetta.

Emisferi di Magdeburgo – Si può ripetere una celebre esperienza effettuata a Magdeburgo nel 1654: si hanno due emisferi metallici uguali, aventi gli orli opportunamente foggiati in modo da permettere un'ottima aderenza, a tenuta d'aria, delle due parti; uno di essi porta un rubinetto mediante il quale può essere posto in comunicazione con una macchina pneumatica. Si fanno inizialmente combaciare i due emisferi in modo da costituire una sfera metallica; esercitando una piccola forza si riesce con facilità a staccarli; dopo averli nuovamente posti a contatto, mediante la macchina pneumatica si toglie l'aria dall'interno della sfera; si può allora constatare che anche esercitando una grandissima forza non si riesce questa volta a staccarli. La ragione del diverso comportamento è semplice: nel primo caso la pressione atmosferica agisce sia dall'esterno verso l'interno della sfera che in verso opposto e quindi non ha alcun effetto; nel secondo caso invece esiste solo la pressione sulla superficie esterna, essendosi l'altra annullata stabilendo il vuoto.

Tutte queste esperienze confermano l'esistenza della pressione atmosferica esercitantesi in tutte le direzioni, ma non ne forniscono una misura. La determinazione della sua intensità è dovuta ad Evangelista Torricelli (1608-1647). In un tubo di vetro, lungo circa 80 cm, chiuso ad una sola estremità, si versa del mercurio fino a riempirlo, poi, chiudendo con un dito l'estremità aperta per evitare l'uscita del liquido, si capovolge il tubo immergendo l'estremità chiusa dal dito in una vaschetta contenente mercurio; to-

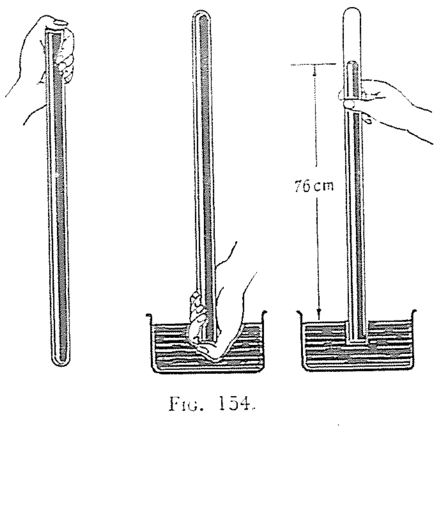


Fig. 154.

gliendo il dito si vede il mercurio scendere di un piccolo tratto nel cannello, fermandosi a costituire una colonna che, alla temperatura di 0°C, al livello del mare, alla latitudine di 45° ed in ambiente contenente aria secca, risulta di altezza circa 76 cm; qual è la causa che tiene sollevata tale colonna liquida vincendo la forza di gravità a cui è soggetta? Evidentemente è la pressione atmosferica, agente sul mercurio della vaschetta, che, per il Principio di Pascal, si esercita anche dal basso verso l'alto sulla colonna liquida; al di sopra della colonna di mercurio si ha il « vuoto torricelliano », cioè solo una piccolissima quantità di vapore di mercurio esercitante una pressione trascurabile. Si può dunque affermare che

> in condizioni normali, cioè alla temperatura di 0 °C, al livello del mare, a 45° di latitudine ed in ambiente secco, la pressione atmosferica equivale al peso di una colonna di mercurio alta circa 76 cm.

Per valutare l'imponenza di tale pressione è utile calcolare il peso della colonna suaccennata; poiché il peso specifico del mercurio è 13,596 e la colonna è alta 76 cm, la pressione risulta: $(13{,}596 \cdot 76)$ g/cm^2 = = 1'033 g/cm^2 = 1,033 kg/cm^2, valore quindi elevatissimo. Per ovvio motivo ed al di fuori del sistema Giorgi, si adotta tale valore come unità di pressione, al posto del newton/m^2, e le si dà il nome di atmosfera (atm); cioè:

> **l'atmosfera** è la pressione esercitata, in condizioni normali, da una colonna di mercurio alta 76 cm ed equivale alla pressione esercitata dall'atmosfera; il suo valore è di 1,033 kg/cm^2.

Tutti i corpi sono dunque soggetti a pressioni rilevanti; per esempio, poiché la superficie esterna del corpo umano vale circa 1,5 m^2, la forza esercitata su essa dalla pressione atmosferica è di circa 15 tonnellate! Si deve comunque tener presente che, per il Principio di Pascal, tali pressioni si trasmettono in tutte le direzioni con la stessa intensità, per cui, in definitiva, la loro risultante è nulla.

Variazioni della pressione atmosferica – Numerosi sono i fattori che determinano variazioni nella pressione atmosferica e fra essi principalmente i seguenti:

a) Altitudine – Poichè la pressione atmosferica è data dal peso della colonna di aria gravante sui corpi, è ovvio che al crescere dell'altitudine (altezza sul livello del mare) diminuisce il peso di tale colonna e quindi il valore della pressione atmosferica. Si può allora affermare che al crescere dell'altitudine la pressione atmosferica diminuisce. È per tale fatto che molte persone, soprattutto se affette da disturbi circolatori, soffrono il « mal di montagna ».

b) Latitudine – Poiché il peso di una sostanza, e quindi anche di un gas, varia con la latitudine, è evidente che varierà anche la pressione atmosferica.

c) Umidità ed altre condizioni meteorologiche – Essendo il peso specifico del vapor acqueo minore di quello dell'aria, l'aria umida pesa meno di quella secca; perciò quando il grado di umidità dell'atmosfera è molto elevato la pressione atmosferica sarà minore di quando l'aria è secca. Inoltre, come si vedrà, ha influenza anche la temperatura.

ESERCIZIO – Due emisferi di Magdeburgo hanno raggio 20 cm; calcolare la forza che si esercita su essi a causa della pressione atmosferica.

Poiché la superficie sferica ha area

$$(4 \cdot \pi \cdot 20^2)\ cm^2 = 5'024\ cm^2$$

la forza risulta :

$$F = (1{,}033 \cdot 5'024)\ kg\text{-}peso = 5'189{,}792\ kg\text{-}peso.$$

Barometri

Si dà questo nome agli apparecchi destinati alla misura della pressione atmosferica e delle sue variazioni; sono essenzialmente riducibili a due tipi: a mercurio e metallici.

1°) Barometro a mercurio o di Fortin. È un apparecchio che ripete sostanzialmente la classica esperienza di Torricelli: la vaschetta contenente il mercurio è costituita da un cilindro di vetro, il cui fondo flessibile, di pelle di daino, può venire alzato o abbassato a piacimento mediante un'apposita vite; nella parte superiore della vaschetta vi è una punta d'avorio a cui corrisponde la posizione iniziale della graduazione segnata sul tubo barometrico, per cui prima di effettuare una misura è indispensabile spostare opportunamente la vite, in modo che la punta d'avorio sfiori la superficie del mercurio. L'apparecchio, montato su di un cavalletto o treppiedi a gambe regolabili, è dotato di un dispositivo (« livella a bolla d'aria ») onde ottenere, su un qualunque terreno, una posizione tale che la canna barometrica sia verticale. Questo barometro è molto preciso, per cui viene largamente usato in impianti fissi (osservatori meteorológici) e come strumento campione per la taratura di altri barometri, per esempio metallici; è però assai ingombrante, di difficile uso e di non facile lettura.

2°) Barometri metallici. Sono apparecchi basati sulle deformazioni che lamine elastiche subiscono per le variazioni della pressione atmosferica; sono essenzialmente di due tipi:

a) Barometro a capsula. È costituito da una scatola metallica (« polmone »), chiusa nella parte superiore da una sottile lamiera ondu-

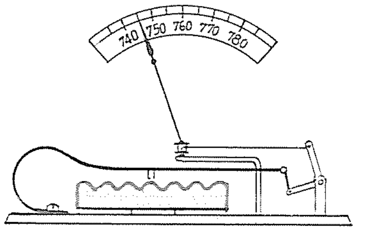


Fig. 155 – Barometro a capsula.

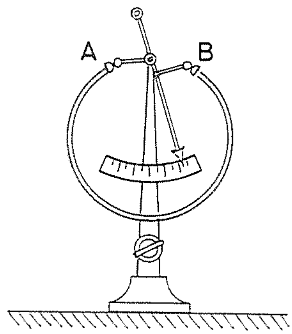


Fig. 156 – Barometro tubolare.

lata, particolarmente flessibile ed elastica; poiché all'interno della scatola viene stabilito un vuoto molto spinto, la pressione atmosferica sfonderebbe il coperchio; si pone allora una molla che contrasti tale pressione; le deformazioni della lamina ondulata, dovute alle variazioni della pressione atmosferica, opportunamente amplificate mediante leve, comandano i movimenti di un indice che si sposta lungo un'apposita graduazione. A causa della variazione nel tempo delle proprietà elastiche della lamiera ondulata è indispensabile procedere periodicamente alla messa a punto dell'apparecchio, cioè alla verifica delle sue indicazioni, sempre per confronto con un barometro a mercurio.

b) Barometro tubolare. È costituito da un tubo metallico deformabile, a pareti molto sottili, a sezione ellittica, piegato ad arco, ed in cui è stato stabilito un vuoto spinto; entrambe le estremità sono libere di muoversi e sono collegate, mediante un opportuno sistema amplificatore di leve, ad un indice che si muove lungo una scala, graduata per confronto con un barometro a mercurio; le variazioni della pressione atmosferica determinano il movimento dell'estremo libero del tubo. Questo tipo di barometro metallico, come il precedente, ha pregi (robustezza, immediatezza e facilità di lettura, facile trasportabilità e maneggevolezza) e difetti (scarsa precisione, non elevata sensibilità, variazione nel tempo delle caratteristiche).

Largamente usato, sopratutto in Meteorologia, è il barometro registratore o barografo, apparecchio che registra con continuità l'andamento della pressione atmosferica durante un dato periodo di tempo (per esempio 24 ore); si tratta generalmente di un barometro metallico, in cui l'indice è dotato di una sottile punta scrivente appoggiata su un tamburo, foderato di carta millimetrata, che ruota con moto circolare uniforme compiendo un giro completo nell'intervallo di tempo prefissato; alla fine di tale periodo basta svolgere la carta per ottenere il diagramma che rappresenta l'andamento della pressione atmosferica.

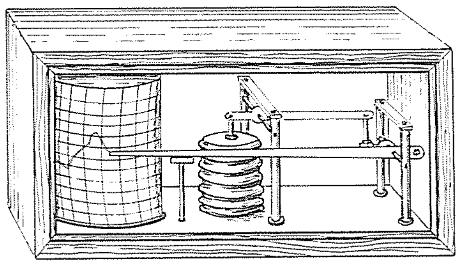
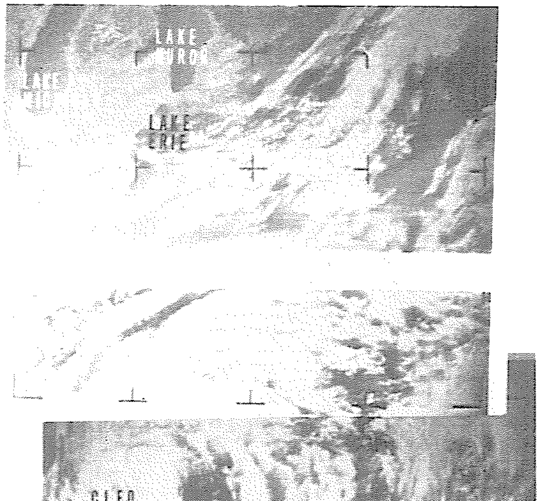


Fig. 157 - Barografo.

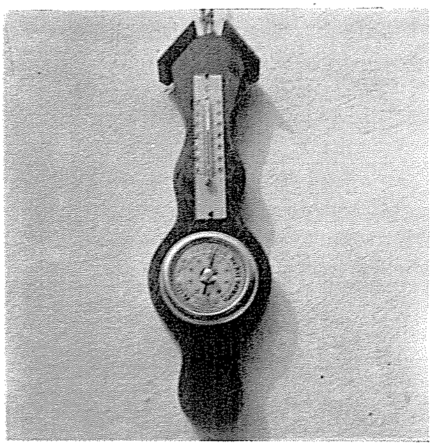
Altimetro - Poiché al crescere dell'altitudine la pressione atmosferica diminuisce, ben si comprende come un barometro, attraverso l'indicazione della pressione atmosferica del luogo in cui si compie la misura, possa segnalare l'altitudine del luogo stesso; dunque un altimetro non è altro che un normale barometro metallico, generalmente a capsula, graduato, oltre che in mm di mercurio, anche in metri di altitudine. Questo strumento è diventato oggi indispensabile per la navigazione aerea poiché per il pilota è essenziale la conoscenza della esatta distanza dal suolo in ogni momento; poiché però tale apparecchio non fornisce indicazioni sicure alle grandi altezze, a causa della notevole rarefazione dell'aria, e, com'è ovvio, non potrebbe funzionare sui veicoli spaziali che si muovono in uno spazio praticamente vuoto, è spesso indispensabile far ricorso ad apparecchi basati su principi fisici diversi (radar), dei quali si farà cenno in seguito. Generalmente poi, fra i numerosi apparecchi in dotazione ad un aereo c'è anche un altimetro registratore, cioè sostanzialmente un barografo, che indica fedelmente le quote a cui è stato compiuto l'intero volo.

Previsioni del tempo – Il valore della pressione atmosferica in uno stesso luogo varia nel tempo ed anche in maniera rapida e notevole a causa di molteplici fattori: basta pensare ad esempio che l'aria umida è più leggera di quella secca, per cui si verificheranno con grande frequenza spostamenti di notevoli masse di aria umida ascendente e secca discendente, provocando variazioni anche imponenti nei valori della pressione atmosferica. Quando su una determinata zona esiste un campo di alta pressione (aria secca, pesante) si può ragionevolmente prevedere bel tempo: infatti le nubi apportatrici di pioggia e di tempo perturbato non potranno entrare in tale zona, dalla quale verranno allontanate dall'alta pressione e convogliate verso regioni a bassa pressione. Al contrario, in una zona in cui la pressione è bassa (aria umida, leggera) giungeranno rapidamente nubi dalle regioni circostanti, per cui è facile presagire brutto tempo. Ecco perché in Meteorologia si parla correntemente di ciclone e di anticiclone in corrispondenza ad una zona di bassa oppure di alta pressione e vengono, in linguaggio scientifico, denominate « depressioni » quelle imponenti manifestazioni meteorologiche comunemente dette uragani o tifoni o tempeste. Soprattutto in certe zone (regioni tropicali, isole e mari del Pacifico) accade, ad un certo momento, di osservare, mediante un barometro, la brusca discesa della pressione atmosferica a valori anormalmente bassi, il pressoché contemporaneo scatenarsi di



« Occhio » dell'uragano Cleo fotografato dal satellite meteorologico Nimbus (Usis).

bufere di vento ed il successivo verificarsi di violentissime precipitazioni atmosferiche. È quindi prezioso l'ausilio di un barometro per una cauta previsione del tempo, limitata a poche ore, al massimo 24, anche se occorre naturalmente tener conto, oltre che della pressione atmosferica, di molti altri fattori, quali il grado di umidità, la temperatura, la direzione e la velocità dei venti, soprattutto alle alte quote ecc. Anche nelle case d'abitazione molto spesso si possono osservare barometri di varie fogge, portanti in generale indicazioni dirette di previsione del tempo (bello stabile, variabile, pioggia ecc.); si tratta però di apparecchi più che altro a funzione decorativa, alle cui indicazioni non è certo richiesto un alto grado di attendibilità.



Aspetto caratteristico di un barometro metallico di uso domestico, recante indicazioni dirette di previsione del tempo, accoppiato ad un termometro per la valutazione della temperatura.

Legge di Boyle

Si è visto che i gas sono notevolmente compressibili; per precisare meglio tale comportamento si prenda un tubo ad U con bracci di diversa lunghezza, e precisamente col ramo più lungo ***A*** aperto (per cui alla sua imboccatura agisce la pressione atmosferica) e col ramo ***B*** chiuso mediante un rubinetto; operando in un ambiente a temperatura uniforme si immetta, attraverso ***A***, del mercurio nel tubo, tenendo aperto il rubinetto in ***B***; il liquido, per il Principio dei vasi comunicanti, si disporrà allo stesso livello nei due rami agendo nei due vasi la stessa pressione, quella atmo-

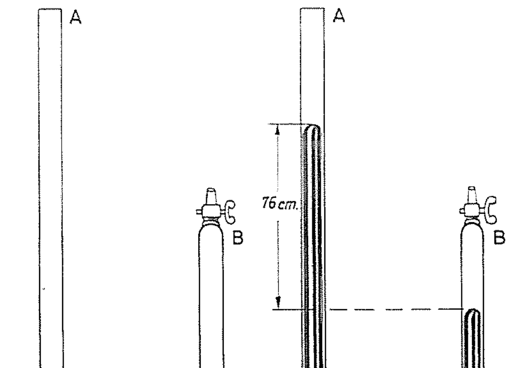


Fig. 158.

sferica. Versando poi altro mercurio in *A*, dopo aver chiuso il rubinetto in *B*, il livello del mercurio in *B* sale, e, ad un certo momento, giunge ad occupare metà del volume che risultava libero in *B* prima della nuova immissione di mercurio; se a questo punto si misura il dislivello del mercurio nei due rami si trova che esso è di 76 cm; se ne conclude che in *B* il volume si è dimezzato a causa del raddoppio in *A* della pressione: infatti ai 76 cm di mercurio della preesistente pressione atmosferica si sono aggiunti altri 76 cm della colonna in *A*. Continuando ad aggiungere mercurio in *A* si osserva che, quando in *B* il volume è ridotto ad 1/3 del volume iniziale, la colonna liquida nel ramo *A* avrà un'altezza di $76 \cdot 2$ cm $= 152$ cm, indicando che quando la pressione è triplicata il volume si è ridotto ad un terzo, e così via. In base a queste esperienze si può enunciare, in una prima forma, la legge di Boyle:

> a temperatura costante, il volume di una massa di gas è inversamente proporzionale alla sua pressione.

Oppure, in una seconda forma equivalente:

> a temperatura costante, il prodotto della pressione di una massa di gas per il suo volume è costante.

Indicando allora rispettivamente con P e V la pressione ed il volume di una certa massa di gas ad una data temperatura costante, risulta:

$$\boxed{P\,V = costante} \quad . \tag{27}$$

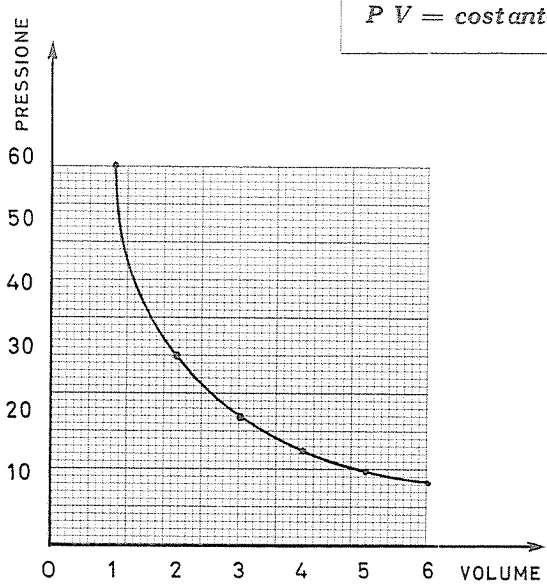


FIG. 159 – Diagramma relativo alla variazione della pressione di una massa di gas al variare del volume, rimanendo costante la temperatura (Legge di Boyle).

ESERCIZIO – In un cilindro in cui scorre a tenuta perfetta uno stantuffo sono contenuti 6480 cm^3 di un gas alla pressione di 2 atm; quale pressione x si deve esercitare sullo stantuffo per ridurre il gas ad un volume di 2000 cm^3, supponendo che la temperatura rimanga costante?

Per la (27) risulta:

$$2 \cdot 6480 = x \cdot 2000$$

da cui:

$$x = \frac{2 \cdot 6480}{2000}\ atm = 6{,}480\ atm.$$

Manometri

I manometri sono apparecchi destinati alla misura delle pressioni diverse da quella atmosferica (misurata, come si è visto, mediante i barometri); come i barometri possono essere di due tipi:

1. – **Manometri a mercurio**, che a loro volta possono suddividersi in:

a) **Manometro ad aria libera** – È costituito da un tubo ad U contenente mercurio ed avente i due rami aperti; uno viene collegato al recipiente in cui è

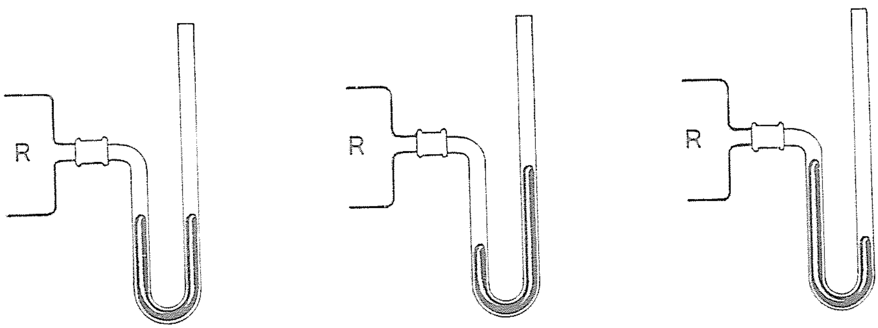


FIG. 160 – Principio di funzionamento di un manometro ad aria libera.

contenuto il gas alla pressione da determinare, l'altro è libero e quindi soggetto alla pressione atmosferica; il mercurio, se il gas contenuto nel recipiente è ad una pressione uguale a quella atmosferica, si dispone nei due rami allo stesso livello, conformemente al Principio dei vasi comunicanti; se invece le pressioni nei due rami sono diverse si creerà un dislivello che, misurato in mm di mercurio sull'apposita graduazione portata dal ramo non collegato col serbatoio contenente il fluido, fornisce il valore della pressione da misurare. È un apparecchio preciso, ma delicato, ingombrante, di non facile uso, in grado di misurare solo pressioni non molto elevate, poiché queste « soffierebbero » il mercurio fuori del tubo.

b) Manometro ad aria compressa – È praticamente uguale al precedente, ma un ramo è chiuso; poiché, per la legge di Boyle, aumentando la pressione il volume diminuisce proporzionalmente, i trattini della graduazione sul tubo del ramo chiuso non sono questa volta disposti ad intervalli regolari come nel caso precedente, ma vanno sempre più avvicinandosi, per cui la lettura risulta difficile ed i risultati alle alte pressioni sono talora poco attendibili. Ha praticamente gli stessi difetti del precedente, pur non raggiungendone i pregi; è però in grado di misurare anche pressioni assai elevate.

2. – Manometri metallici – Sono sostanzialmente uguali ai barometri metallici, dei quali ripetono pregi e difetti; di essi il più noto è quello tubolare di Bourdon.

Vengono talora impiegati manometri speciali in relazione ad esigenze particolari; per misure di pressioni debolissime si usano, per esempio, i «vacuometri». In Enologia è importante l'afrometro, per la determinazione della pressione dei vini spumanti: il manometro è provvisto di un'asta, costituita da un piccolo tubo terminante con una punta aguzza e sottile che si spinge attraverso al tappo fino a raggiungere lo spazio compreso fra il tappo e la superficie libera del liquido.

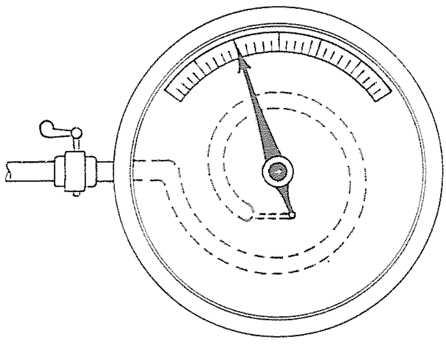


Fig. 161 – Manometro metallico.

Principio di Archimede per gli aeriformi

Per l'eventuale conferma della validità del Principio di Archimede anche per gli aeriformi, si effettui la seguente esperienza mediante il «baroscopio», formato da due sfere, una *A* piccola, massiccia, metallica, ed una *B* grande, cava, a pareti sottilissime, contenente aria, costruita con lo stesso metallo di *A*, che si fanno equilibrio in una bilancia. Ponendo il complesso sotto una campana pneumatica e stabilendo un certo grado di vuoto, si vede la bilancia traboccare dalla parte della sfera grande ***B***, indicando che il peso di questa è effettivamente maggiore di quello della sferetta *A*; nell'aria l'equilibrio sussiste poiché la sfera di dimensioni maggiori subisce una spinta verso l'alto, che ne diminuisce il peso effettivo, mag-

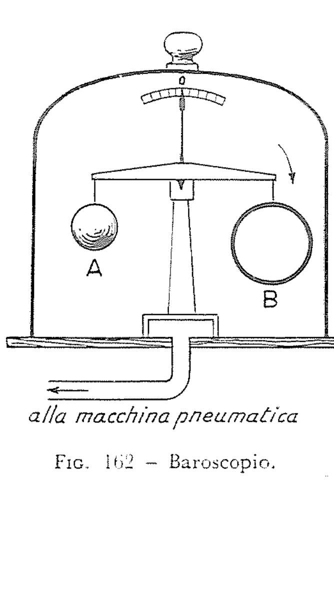


Fig. 162 – Baroscopio.

giore di quella subìta dalla sfera piccola; tale spinta è dovuta all'aria poiché scompare quando l'aria viene tolta con la macchina pneumatica. Se poi si ripete l'esperienza sotto la campana aprendo il rubinetto di cui è munita la sfera B in modo da togliere anche l'aria in essa contenuta, si osserva che l'equilibrio viene ristabilito: è evidente che, se lo spessore del palloncino B è sufficientemente piccolo in modo da poter essere trascurato, la spinta equivale al peso dell'aria contenuta nel palloncino. Si può dunque concludere che anche per gli aeriformi vale il Principio di Archimede:

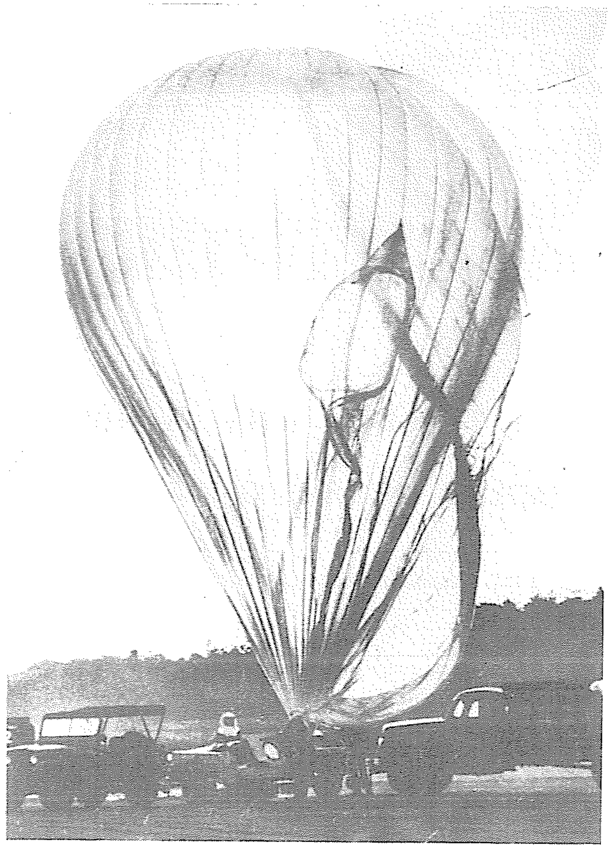
> un corpo immerso in un gas subisce una spinta verticale diretta dal basso verso l'alto, di intensità uguale al peso del gas spostato ed applicata nel baricentro di questo (« centro di spinta »).

Poiché anche su un corpo immerso in un gas agiscono la forza peso P e la spinta S di Archimede, valgono le stesse considerazioni già svolte a proposito dei liquidi con i tre casi dipendenti dai valori mutui delle due forze.

1) Correzione delle pesate – Poiché nell'aria la spinta di Archimede, a parità di peso, è tanto maggiore quanto più grande è il volume del corpo che si vuole pesare, quando è richiesta una altissima precisione, nella pesata occorre tener conto, mediante opportune correzioni, di tale spinta, che diminuisce il peso effettivo del corpo; per ottenere risultati veramente esatti si dovrebbero addirittura effettuare le pesate nel vuoto.

2) Navigazione aerea col «più leggero dell'aria» – I palloncini colorati che i bimbi impiegano nei loro giochi sono riempiti di un gas più leggero dell'aria, generalmente idrogeno, e possono salire anche a discrete altezze. In generale, riempiendo un involucro impermeabile («aerostato» o pallone aerostatico) con un gas che abbia peso specifico minore di quello dell'aria, si origina una «forza ascensionale» che spinge l'involucro verso l'alto; per salire più alto e con maggior rapidità si provvede a scaricare una quantità opportuna di « zavorra » (sacchetti di sabbia) caricata appositamente sull'aerostato, diminuendo così il peso ed aumentando la forza ascensionale; per discendere occorre aprire lentamente la valvola di efflusso del gas contenuto nell'involucro, diminuendo la spinta di Archimede e di conseguenza anche la forza ascensionale. Come gas fu largamente usato l'idrogeno: essendo il gas più leggero che esista ha una forza ascensionale elevatissima, ma presenta il grave inconveniente di essere estremamente infiammabile; numerose sciagure si verificarono proprio a causa di questo fatto per incendi provocati da fulmini (tristemente famoso l'incendio del dirigibile Hindenburg, che causò gran numero di morti) nonostante gli accorgimenti presi per isolare mediante compartimenti stagni i singoli locali pieni di idrogeno. Si fece allora ricorso, poco prima dell'inizio della Seconda Guerra Mondiale, ad un altro gas, l'elio, che,

pur essendo sensibilmente più pesante dell'idrogeno, presenta ancora una notevole spinta ascensionale e, soprattutto, è assolutamente ininfiammabile. Va però osservato che il problema ha ormai perso d'interesse; il dirigibile, cioè un aerostato dotato di elica, motore ed organi di direzione e di profondità, pur presentando ottime caratteristiche (possibilità di trasportare notevoli quantità di materiale



Pallone per ricerche meteorologiche del diametro di circa 60 metri, capace di raggiungere 30 chilometri di altezza; dopo alcuni giorni dal lancio, gli strumenti sospesi sotto il pallone si staccano automaticamente e scendono a Terra con un paracadute (Usis).

e di passeggeri, di fermarsi a qualunque altezza per eventuali riparazioni) ha un difetto sostanziale: la bassissima velocità, inammissibile in questi tempi in cui si raggiungono e superano velocità supersoniche. Vengono invece talvolta ancora impiegati per le osservazioni meteorologiche i « palloni sonda », dotati di appositi strumenti registratori (barografi, per la registrazione continua della pressione atmosferica, termografi, per la registrazione della temperatura, strumenti registratori della « costante solare », cioè della quantità di energia irradiata dal Sole ecc.), ed in grado di raggiungere altezze rilevanti (anche 40'000 m), fornendo in tal modo preziose informazioni relative a regioni in cui l'atmosfera è già notevolmente rarefatta. Il loro funzionamento è ingegnoso: si tratta generalmente di due palloni accoppiati, uno ben riempito di idrogeno, quindi assai teso, l'altro contenente poco idrogeno. Ad una certa altezza, indicata dall'altimetro contenuto nel pallone, a causa della diminuita pressione esterna il pallone teso aumenta ulteriormente il volume fino a scoppiare; allora l'altro pallone, dotato di debole forza ascensionale, insufficiente a sorreggere il peso degli strumenti, scende lentamente fino a terra. Ma oggi anche tali palloni sonda, un tempo preziosissimi, hanno praticamente perso la loro importanza; vengono ormai lanciati in grandi quantità satelliti meteorologici, in grado di raggiungere altezze eccezionali e ben più efficienti; costituiscono infatti autentiche stazioni meteorologiche, che trasmettono a terra, automaticamente o a richiesta, tutti i dati e le informazioni desiderati sulle varie grandezze fisiche (temperatura, pressione ecc.); grazie a tali satelliti anche il difficile campo delle previsioni del tempo ha potuto compiere discreti progressi; ancora migliori risultati si sono ottenuti nella segnalazione dei grandi cicloni che colpiscono particolarmente zone dell'Oceano Pacifico. Oggi il volo « col più leggero dell'aria » ha perso ogni importanza pratica, soppiantato dal volo « col più pesante dell'aria » realizzato mediante aerei, razzi ed elicotteri.

Le cascate del Niagara.

II) - DINAMICA DEI FLUIDI

a) DINAMICA DEI LIQUIDI O IDRODINAMICA

L'Idrodinamica studia le proprietà e le conseguenze del moto dei liquidi

Dall'esperienza quotidiana risulta che i corsi d'acqua scendono spontaneamente dai punti a livello maggiore a quelli a livello minore; del resto si considerino due recipienti situati ad altezza diversa, dei quali quello più alto pieno d'acqua, posti in comunicazione mediante un cannello (« sifone ») opportunamente disposto e riempito a sua volta di acqua mediante aspirazione: si osserva che il liquido passa spontaneamente dal recipiente a livello maggiore a quello a livello minore. Ciò che determina tale movimento è evidentemente la differenza delle pressioni idrostatiche agenti sui diversi punti del sifone, differenza dovuta a sua volta alla differenza delle colonne liquide comprese fra ciascun recipiente ed il punto considerato del sifone ($h_1 < h_2$). Quanto ora accennato è in pratica assai importante,

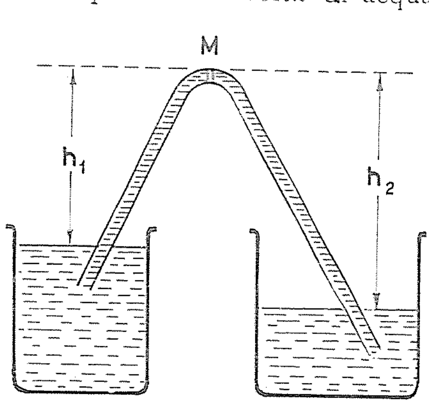


Fig. 163.

in quanto dall'acqua in movimento si possono ricavare quantità notevolissime e continue di energia, come si vedrà a proposito delle « turbine ». Altre volte invece è particolarmente utile, compiendo un lavoro, sollevare l'acqua e altri liquidi ad altezze anche notevoli, per irrigare terreni, riempire serbatoi di acquedotti, « immagazzinare » liquidi particolari (vino, benzina ecc.). Si tratta quindi di due problemi pratici che è opportuno esaminare separatamente.

Pompe

Sono apparecchi che servono a sollevare, ad altezze anche rilevanti, dei liquidi, generalmente acqua; sono di diversi tipi, ma riconducibili ad alcuni fondamentali.

a) Pompa aspirante. Un cilindro, contenente uno stantuffo a tenuta perfetta, comprende due valvole che si aprono solo verso l'alto: V_1, inserita sul fondo del cilindro, all'ingresso del tubo di immissione al serbatoio di acqua da sollevare e V_2, inserita nello stantuffo. Sollevando

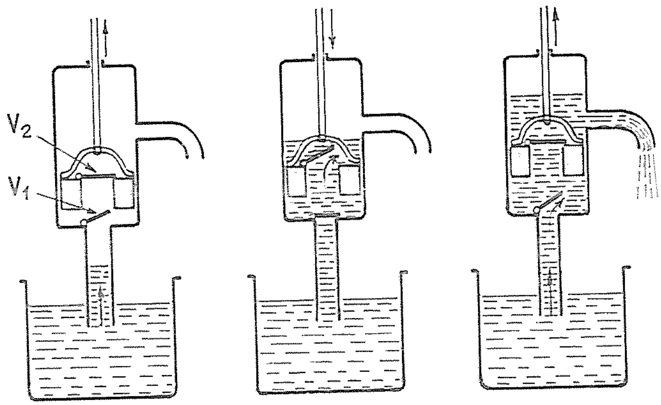


FIG. 164.

verso l'alto lo stantuffo (la valvola V_2 per il suo stesso peso è chiusa) nella parte sottostante al cilindro si crea una notevole depressione e l'acqua del serbatoio, sospinta dalla pressione atmosferica che agisce sulla sua superficie libera, sale lungo il tubo, apre la valvola V_1 ed entra nel cilindro. Spingendo poi verso il basso lo stantuffo, la valvola V_1 si chiude, l'acqua compressa apre la valvola V_2 e passa nella parte superiore del cilindro; facendo infine risalire lo stantuffo, l'acqua che si trova nella parte superiore viene spinta attraverso il tubo di emissione all'esterno, mentre contemporaneamente viene aspirata nuova acqua dal serbatoio sottostante.

Poiché la causa che spinge l'acqua verso l'alto, lungo il tubo d'immissione, è la pressione atmosferica, non è possibile sollevare acqua oltre una certa altezza che si può calcolare: sapendo infatti che la pressione atmosferica è di 76 cm di mercurio e che il mercurio ha peso specifico 13,59, l'altezza massima a cui si potrà sollevare l'acqua sarà di circa

$$(76 \cdot 13,59) \text{ cm} = 1033 \text{ cm} = 10,33 \text{ m}.$$

Questo in linea puramente teorica; in pratica, per le inevitabili deficienze dell'apparecchio (tenuta non perfetta dello stantuffo, spazio non occupato interamente dall'acqua, presenza di vapor acqueo ecc....), tale altezza non supera gli 8 m. L'altezza a cui l'acqua può venire sollevata si dice «prevalenza»; si dice «portata» la quantità di acqua, espressa in litri, sollevata al secondo; il prodotto (prevalenza · portata) si dice «potenza» della pompa, espressa in chilogrammetri al secondo (kgm/sec), tenendo conto che 1 litro di acqua pesa 1 kg.

b) Pompa premente. Come risulta dalla Fig. 165, nel cilindro scorre ancora lo stantuffo, ma, a differenza del caso precedente, esso è cieco, cioè privo di valvola; inoltre il cilindro stesso è parzialmente immerso nell'acqua del serbatoio e lateralmente è in comunicazione, mediante una valvola V_2, con il tubo di emissione; delle due valvole, V_1 si apre solo verso l'interno del cilindro e V_2 solo verso l'esterno. Schematicamente il funzionamento è il seguente: sollevando lo stantuffo, per la depressione provocata, l'acqua spinge la valvola V_1 aprendola e passa nel cilindro, mentre la valvola V_2 si chiude; abbassando lo stantuffo, la valvola V_1 si chiude, l'acqua compressa apre V_2 e viene spinta nel tubo di emissione. Con questo tipo di pompa si può sollevare l'acqua ad una qualunque altezza e non solo fino al limite teorico di circa 10 metri. L'efflusso dell'acqua attraverso il tubo di emissione è però intermittente, verificandosi solo nel periodo di discesa dello stantuffo; per ottenere una continuità nel getto, il tubo di emissione termina con un serbatorio S in cui pesca, fino quasi al fondo, un tubo T: nel periodo di discesa dello stantuffo l'acqua spinta entra nel serbatoio S e comprime l'aria ivi contenuta; quando lo stantuffo risale, l'aria compressa spinge a sua volta l'acqua da S dentro al tubo T e di qui all'esterno. In tal modo la semplice aggiunta del serbatoio, detto «camera di compressione» o «camera d'aria», permette di

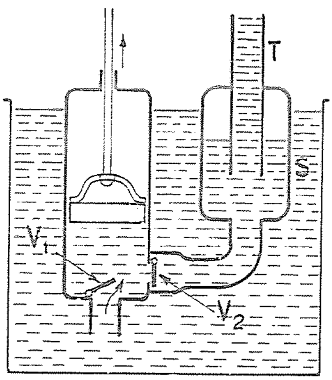
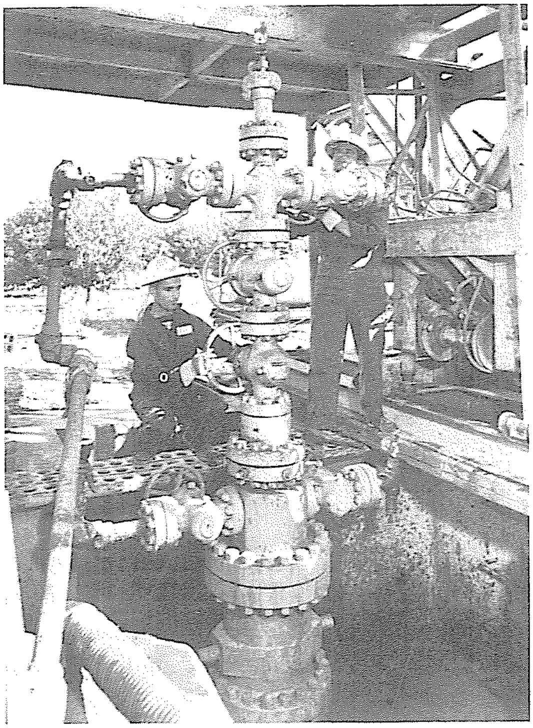


Fig. 165.



Pozzo petrolifero dell'Agip presso Gela: particolare della testa di erogazione (« albero di Natale »), costituita da un complesso di pompe e valvole (Agip).

rendere continuo l'efflusso di liquido.

c) Pompa aspirante e premente. È una combinazione dei due tipi precedenti ed è costituita da una pompa premente (non immersa però nell'acqua da sollevare) comprendente, come la pompa aspirante, il tubo di immissione che pesca nel recipiente in cui è contenuta l'acqua da sollevare. Tale pompa può aspirare l'acqua da una profondità massima di circa 8 metri, come la pompa aspirante, ma può spingerla poi, come la pompa premente, a qualunque altezza.

d) Pompa centrifuga. È stata già descritta a pagina 122.

Turbine

Si è visto come nelle pompe, fornendo energia meccanica, si possa innalzare l'acqua all'altezza voluta; inversamente nelle turbine si sfrutta il moto di caduta dell'acqua per ricavare energia meccanica. Le turbine idrauliche sono riducibili a due tipi:

a) Turbina ad azione. È semplicemente costituita da una ruota, dotata di pale aventi forma e disposizione opportune, posta sul cammino di una corrente d'acqua; questa battendo contro le pale pone in rotazione la ruota. L'acqua può essere fatta giungere in modo che urti la parte inferiore della ruota (« ruota idraulica ad alimentazione inferiore ») oppure può essere fatta cadere sulla parte superiore (« ruota idraulica ad alimentazione superiore »). Il rendimento di questi dispositivi è decisamente basso; ciononostante sono diffusi per fornitura di energia meccanica a piccoli complessi industriali ed artigianali, come mulini, segherie, gruppi elettrogeni ecc.... Di ben maggiore potenza è la turbina Pelton, costituita da una ruota su cui sono fissate pale a cucchiaio, contro le

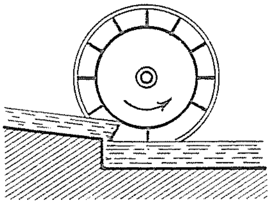


Fig. 166 – Ruota idraulica ad alimentazione inferiore.

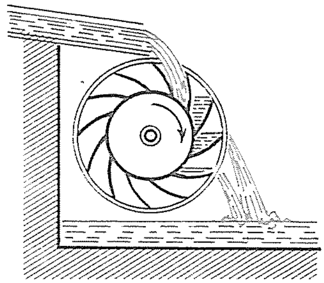


Fig. 167 – Ruota idraulica ad alimentazione superiore.

quali viene lanciato un getto d'acqua ad altissima velocità proveniente, sotto notevole pressione, da una condotta forzata ed uscente da un appo-

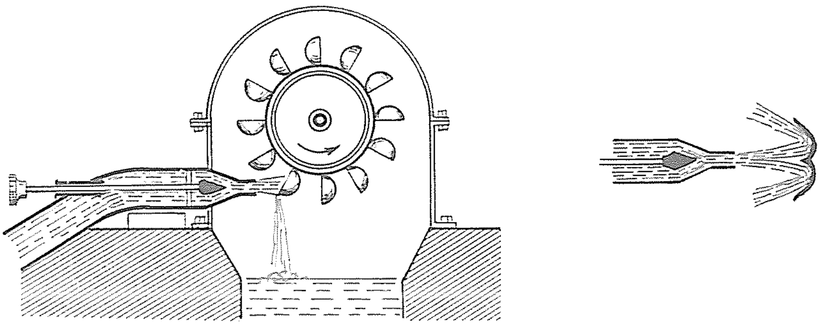


Fig. 168 – Turbina Pelton.

sito ugello; così l'acqua cede praticamente tutta l'energia posseduta e cade nella parte inferiore, dove viene avviata al condotto di scarico. Questa turbina ha una elevata potenza in quanto è alimentata con acqua portata da condotte forzate, con dislivelli notevoli, anche di un migliaio di metri, come si verifica nei numerosissimi impianti idroelettrici situati soprattutto nelle zone alpine.

Condotte forzate per l'alimentazione di potenti turbine idrauliche.

b) Turbina a reazione. Funziona sullo stesso principio del noto arganetto idraulico, che si può davvero considerare come un primo esempio di turbina a reazione. I vari tipi impiegati (Francis, Kaplan) hanno ottimo rendimento per rilevanti portate di acqua, per cui vengono installati su grandi fiumi (mentre le turbine ad azione esigono grande dislivello), raggiungendo potenze enormi (fino a 100'000 kW) con rendimento assai elevato. Tutti i tipi di turbine vengono largamente impiegati per porre in rotazione i giganteschi rotori dei generatori di corrente elettrica (alternatori e dinamo), come si vedrà in Elettrologia.

Il Principio di Bernoulli

Mentre in Idrostatica la viscosità di un liquido ha una importanza trascurabile, in Idrodinamica l'effetto dell'attrito interno è generalmente rilevante; come di consueto, tuttavia, si studia dapprima il fenomeno prescindendo da tale fattore, tenendo conto di esso solo in un secondo tempo, attraverso una opportuna variazione dei risultati a cui si è pervenuti. Si consideri allora un liquido perfetto, privo cioè di attrito interno; le forze esercitate dal liquido su una superficie posta all'interno si potranno sensibilmente ritenere, in conformità con il Principio di Pascal, perpendicolari ad essa e le relative pressioni indipendenti dalla sua orientazione. Se la velocità di tutte le particelle del liquido che passano successivamente per un dato punto è sempre costante, il moto del liquido si dice stazionario; vengono dette linee di corrente le traiettorie percorse dalle particelle del liquido; tali linee delimitano lateralmente un tubo di flusso.

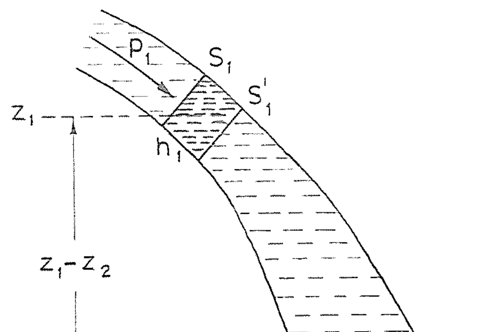


Fig. 169.

Si consideri ora un liquido perfetto, in moto a regime stazionario in un condotto; in una qualsiasi sezione normale S risultano praticamente costanti sia la velocità v che la pressione p del liquido; si dice portata Q del condotto il volume di liquido che passa attraverso ad ogni sezione S in un secondo; se la velocità è v, sarà allora

$$Q = S\,v.$$

Poiché Q, in condizioni di regime, è costante, la velocità v

del liquido risulta inversamente proporzionale alla sezione S del condotto (Principio di Castelli).

Nel tubo di flusso rappresentato in figura, essendo il liquido privo, per ipotesi, di attrito interno, il moto, determinato dalla differenza delle pressioni nei vari punti del condotto, avviene senza dissipazione di energia. Si prenda in esame una certa massa m di liquido, di densità ϱ, contenuta, ad un dato istante, fra due sezioni S_1 ed S_1', poste ad una distanza h_1, sufficientemente piccola, in modo da poter considerare il solido delimitato dal tubo di flusso e dalle due sezioni come un cilindro di base S_1 ed altezza h_1. Dopo un certo tempo, tale massa occuperà un'altra posizione, per esempio lo strato compreso fra le due sezioni S_2 ed S_2', anch'esse da supporre sufficientemente vicine, in modo da poter ritenere il volume determinato come un cilindro di base S_2 ed altezza h_2, e tali che risulti praticamente

$$S_1\, h_1 = S_2\, h_2\,.$$

Indicando con p_1 e p_2 i valori delle pressioni che si esercitano rispettivamente sulle superficie S_1 ed S_2, è evidente che il moto della massa m di liquido avviene ad opera delle due forze

$$p_1\, S_1$$

e

$$-\, p_2\, S_2\,.$$

Il lavoro di tali forze risulta

$$p_1\, S_1\, h_1 - p_2\, S_2\, h_2\,;$$

indicando con V il volume $S_1\, h_1 = S_2\, h_2$ della massa m di liquido considerata, tale lavoro è

$$(p_1 - p_2)\, V\,.$$

Poiché la massa m di liquido è scesa di un tratto verticale $z_1 - z_2$, misurato considerando i baricentri della massa m nelle due posizioni estreme, iniziale e finale, si avrà una diminuzione di energia potenziale data da

$$m\, g\, (z_1 - z_2)\,;$$

se si indicano con v_1 e v_2 i valori della velocità media in corrispondenza rispettivamente alle sezioni S_1 ed S_2, la variazione di energia cinetica sarà rappresentata invece da

$$\frac{1}{2}\, m\, (v_2^2 - v_1^2).$$

Per il Principio di conservazione dell'energia la somma del lavoro dovuto alla differenza delle pressioni e della variazione dell'energia potenziale, precedentemente calcolati, dovrà essere uguale alla variazione della energia cinetica, cioè

$$(p_1 - p_2)\, V + m\, g\, (z_1 - z_2) = \frac{1}{2}\, m\, (v_2^2 - v_1^2),$$

ovvero, dividendo ambo i membri per $m\, g$,

$$(p_1 - p_2)\, \frac{V}{m\, g} + (z_1 - z_2) = \frac{1}{2\, g}\, (v_2^2 - v_1^2)\ ;$$

essendo la densità ϱ espressa dalla relazione

$$\varrho = \frac{m\, g}{V}\ ,$$

l'espressione ora ottenuta diventa

$$\frac{1}{\varrho}\, (p_1 - p_2) + (z_1 - z_2) = \frac{1}{2\, g}\, (v_2^2 - v_1^2)\ ,$$

da cui

$$\frac{1}{\varrho}\, p_1 + z_1 + \frac{v_1^2}{2\, g} = \frac{1}{\varrho}\, p_2 + z_2 + \frac{v_2^2}{2\, g}\ . \qquad (28)$$

In generale dunque risulta

$$\boxed{\frac{1}{\varrho}\, p + z + \frac{v^2}{2\, g} = \text{costante}}\ . \qquad (29)$$

Questa formula esprime il cosiddetto Principio di Bernoulli, fondamentale nella Dinamica dei liquidi. Il primo termine

$$\frac{1}{\varrho}\, p$$

è detto altezza piezometrica; rappresenta l'altezza di una colonna di liquido che determina la pressione p sulla sua base S. Il secondo termine

$$z$$

è detto altezza geometrica; rappresenta la « quota » a cui si trova il liquido, cioè la distanza del baricentro della sezione S considerata da un piano orizzontale arbitrario di riferimento. Il terzo termine

$$\frac{v^2}{2\,g}$$

è detto altezza cinetica; rappresenta l'altezza dalla quale deve scendere un corpo per acquistare, alla quota della sezione S considerata, la velocità v.

Concludendo, il Principio di Bernoulli si può enunciare affermando che

> nel moto stazionario di un liquido perfetto in un condotto, la somma dell'altezza piezometrica, dell'altezza geometrica e dell'altezza cinetica si mantiene costante.

Tale Principio ha una validità assai più vasta di quanto appaia dal modo con cui è stato stabilito; si verifica cioè valido in molti altri casi di rilevante interesse pratico.

Se il tubo di flusso considerato è orizzontale, si ha

$$z_1 = z_2$$

e quindi risulta

$$\frac{1}{\varrho}\, p + \frac{v^2}{2\,g} = \textbf{costante.}$$

Poiché, come già si è detto, in regime stazionario, per il Principio di Castelli, dove il condotto aumenta di sezione la velocità del liquido diminuisce, per la relazione ora stabilita in tal caso si avrà allora un aumento della pressione. Inversamente, una diminuzione nella sezione del condotta determina un aumento di velocità ed una conseguente diminuzione della pressione. Si potrà dunque affermare, nelle condizioni di cui alle precedenti ipotesi, che la pressione aumenta con l'aumentare della sezione del condotto.

Il Teorema di Torricelli

Si consideri il dispositivo in figura: un recipiente contiene un liquido che fuoriesce da un foro posto in prossimità del fondo del recipiente stesso. È possibile calcolare la velocità di efflusso del liquido, mediante l'applicazione della formula relativa al Principio di Bernoulli. Si suppone che il diametro del foro di efflusso abbia un valore assai minore di quello del recipiente; in tali condizioni, si potrà sensibilmente considerare come nulla la velocità v_1 di abbassamento della superficie libera del liquido. Si deve osservare che nel caso presente le due pressioni p_1 e p_2 sono uguali, coincidendo con la pressione atmosferica; quindi i termini ad esse corrispondenti nella (28) si annullano. È inoltre

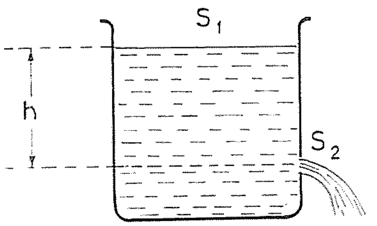


FIG. 170.

$$z_1 - z_2 = h$$

e, per l'ipotesi ora accennata, pure

$$v_1 = 0 .$$

La (28) diventa allora, indicando con v (anziché con v_2) la velocità di efflusso del liquido dal foro

$$h = \frac{v^2}{2g} ,$$

da cui

$$v = \sqrt{2gh} ;$$

ricordando una nota formula del moto naturalmente accelerato, relativa alla caduta libera dei gravi nel vuoto, si potrà allora enunciare il Teorema di Torricelli:

> la velocità di efflusso di un liquido da un foro è uguale a quella che le particelle del liquido acquisterebbe se cadessero nel vuoto dal livello della superficie libera del liquido stesso.

b) DINAMICA DEGLI AERIFORMI O AERODINAMICA

L'Aerodinamica studia le proprietà e le conseguenze del moto degli aeriformi e del moto dei solidi negli aeriformi

Sono usate anche per i gas pompe analoghe a quelle già viste per i liquidi, sostanzialmente riducibili a due tipi fondamentali.

a) Pompa a compressione o compressore. Serve a comprimere un gas in un dato recipiente; alzando lo stantuffo a tenuta perfetta, a causa della depressione creata, si apre la valvola V_2 per cui entra aria dall'ambiente esterno, mentre la valvola V_1 è chiusa; abbassando lo stantuffo si chiude V_2, mentre il gas compresso apre V_1 e passa nel recipiente R; in questo modo si ottiene la pressione desiderata in R.

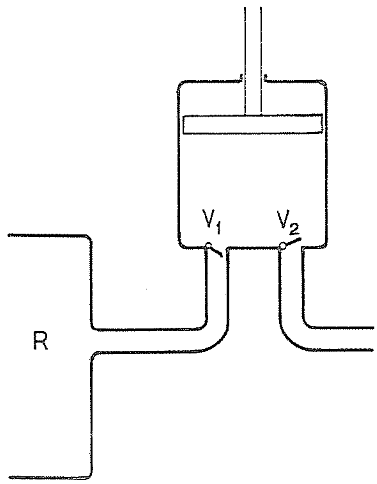


Fig. 171.

Sono di questo tipo le comuni pompe da bicicletta ed i compressori largamente usati per ottenere gas ed aria compressi; questi a loro volta sono impiegati per la posta pneumatica, per le perforatrici ed utensili analoghi, nei sommergibili per vuotare i compartimenti dall'acqua in fase di emersione, per il lancio dei siluri, per gonfiare i pneumatici delle automobili, per azionare i freni degli autoveicoli, per la verniciatura a spruzzo, nelle porte automatiche dei filobus e delle automotrici ferroviarie ecc.

b) Pompa pneumatica o ad aspirazione. Serve a togliere un gas contenuto in un dato recipiente; alzando lo stantuffo a tenuta perfetta, a causa della depressione provocata, si apre la valvola V_1 per cui entra il gas contenuto nel recipiente R, mentre la valvola V_2 è chiusa; abbassando lo stantuffo si chiude la valvola V_1, mentre il gas compresso apre V_2 ed esce all'esterno; in questo modo, almeno teoricamente, tutto il gas contenuto in R può essere evacuato all'esterno. In pratica una macchina pneumatica può comprendere una campana di vetro che aderisce nel miglior modo possibile ad un piatto; esiste un condotto di comunicazione fra la campana ed il cilindro in cui scorre lo stantuffo; il funzionamento è quello già descritto. Poiché a bassa pressione la valvola non si aprirebbe più automaticamente, si deve provvedere ad un'apertura ottenuta artificialmente con comando esterno; il grado di vuoto ottenibile non è molto elevato, soprattutto per l'imperfetta tenuta dello stantuffo ed il pur lieve strato d'aria che rimane fra stantuffo e fondo del cilindro; con questa macchina si può raggiungere una pressione di 2 cm di mercurio.

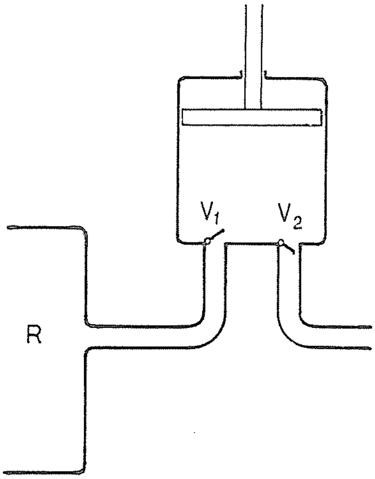


Fig. 172.

Attualmente la tecnica degli alti ed altissimi vuoti ha assunto un'eccezionale importanza: basti pensare alle valvole termoioniche di tutti gli apparati elettronici ed alle lampadine elettriche, in cui si deve stabilire un altissimo grado di vuoto per un corretto funzionamento, ed a tutti i procedimenti di evaporazione e distillazione sotto vuoto di ormai largo impiego (produzione di conserve alimentari, rivestimento di superficie con vapori di un metallo ecc.). Si usano allora pompe per estrarre l'aria basate su altri principi, che permettono di raggiungere pressioni dell'ordine degli 0,01 mm di mercurio o anche meno; si parla di «alto vuoto», ben lontano comunque

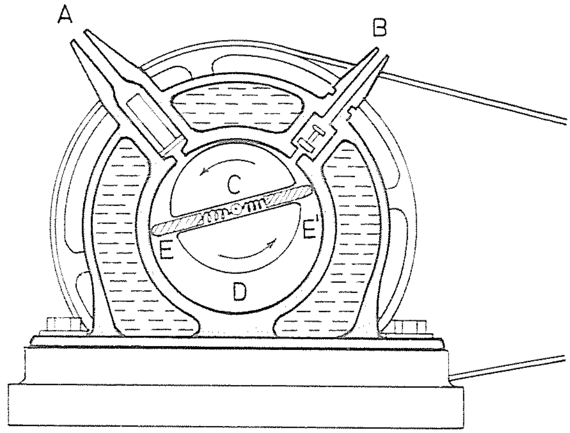


Fig. 173 - Schema di pompa pneumatica rotativa che permette di ottenere rapidamente pressioni dell'ordine di 0,01 mm di mercurio. Nella cavità D un cilindro C, che ruota ad alta velocità attorno ad un asse eccentrico, porta lungo un suo diametro due pistoni mantenuti aderenti alle pareti della cavità mediante una molla centrale. Durante la rotazione l'aria, aspirata attraverso A, viene espulsa attraverso B.

dall'irraggiungibile «vuoto assoluto»; infatti in un vuoto molto spinto sono ancora presenti ben 30 miliardi di molecole per mm³!

Si usano anche pompe centrifughe per i gas, analoghe a quelle descritte per i liquidi; si impiegano per esempio negli aspirapolvere e negli asciugacapelli.

Moto di un corpo nell'aria

Si è già fatto cenno a pag. 143 che la resistenza opposta da un fluido (in particolare dall'aria) al moto di un corpo solido dipende da diversi fattori (natura del fluido, forma ed estensione del corpo in moto, velocità del corpo stesso); nel caso dell'aria è importante segnalare che tale resistenza è una funzione crescente della velocità del corpo in moto. Precisamente si devono distinguere i tre casi seguenti.

1° Per velocità deboli (inferiori a circa 1 m/sec), la resistenza dell'aria risulta semplicemente proporzionale alla velocità; è questo, per esempio, il caso di un pendolo che oscilla nell'aria o di una persona che cammina lentamente.

2° Per velocità medie (comprese fra circa 1 m/sec e 200 m/sec), la resistenza dell'aria risulta praticamente proporzionale al quadrato della velocità. In questo intervallo sono comprese le velocità della grande maggioranza dei corpi in moto (automobili, aerei non supersonici ecc.). La resistenza dell'aria può essere, in ottimo accordo con i valori sperimentali, rappresentata mediante la formula

$$R = k\,S\,v\,,$$

nella quale v indica la velocità, S l'area della superficie della proiezione del corpo in moto su un piano perpendicolare alla direzione del moto

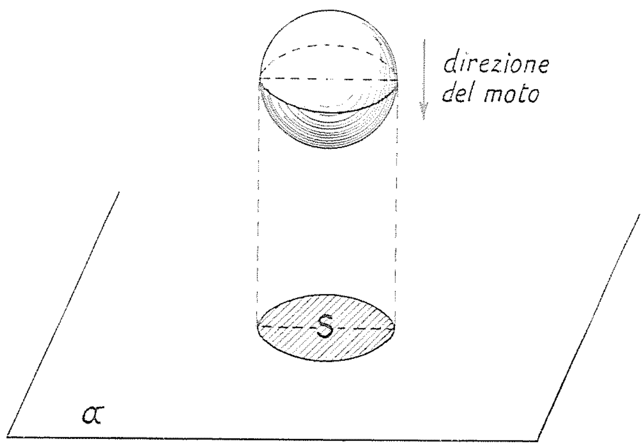
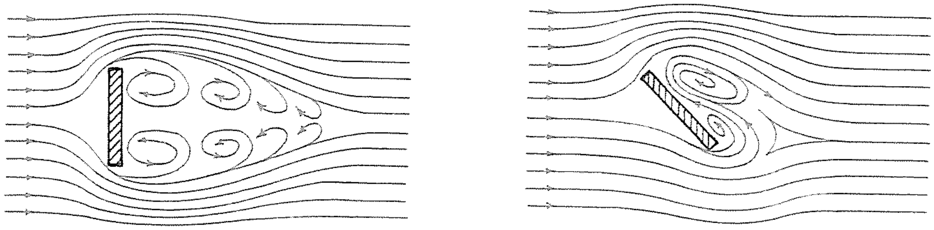


Fig. 174.

stesso (Fig. 174) e k un coefficiente che si può ritenere direttamente proporzionale alla densità dell'aria e che dipende dalla forma del corpo, oltre che naturalmente dalle unità di misura prescelte.

3° Per velocità elevate (superiori ai 200 m/sec), la resistenza dell'aria cresce assai più rapidamente del quadrato della velocità; inter-



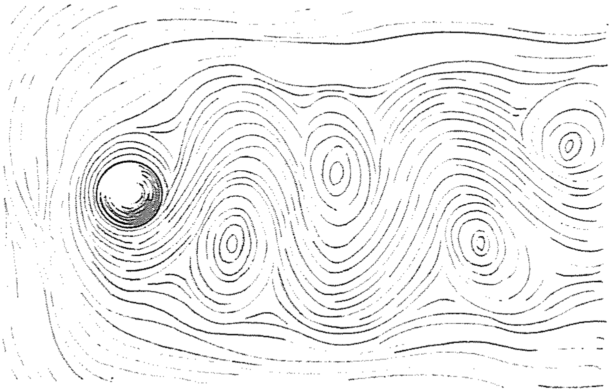


Fig. 175 – Aspetti delle scie vorticose determinate dal moto di un fluido rispetto a corpi in esso immersi.

vengono allora fenomeni estremamente complessi, il cui studio esula dal presente programma.

Fin dai tempi più remoti, l'uomo sognò di imitare l'armonioso volo degli uccelli.

Volo col «più pesante dell'aria» – Antichissimo è il sogno di volare da parte dell'uomo; dalle mitiche leggende di Icaro, ai disegni e progetti ingegnosi di Leonardo, ai numerosi e sfortunati tentativi di volo fatto ad imitazione degli uccelli, è tutto un tentativo ideale o reale di volare. Il primo mezzo con cui l'uomo riuscì a sollevarsi da terra fu « più leggero dell'aria », come si è già visto, cioè l'aerostato, e sono stati anche esposti le caratteristiche di tale volo ed il principio su cui si basa l'innalzamento (« spinta ascensionale »). Con l'aeroplano invece il principio di sostentamento è del tutto diverso, dovendosi ora far sollevare e volare

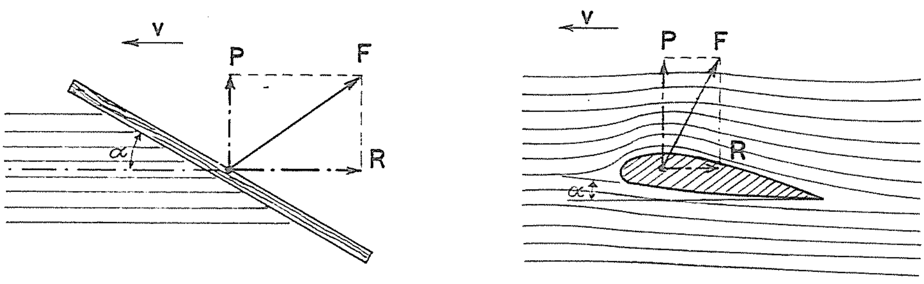


FIG. 176 – Principio di funzionamento dell'ala; nel caso pratico raffigurato nel disegno a destra la particolare conformazione dell'ala e la sua inclinazione fanno in modo che la portanza sia notevolmente maggiore della resistenza.

il « più pesante dell'aria »; si tratta in sostanza di un congegno capace di sollevarsi dal suolo, prendere quota, sostenersi e muoversi nell'aria, grazie ad un motore che produce una spinta in avanti e ad un elemento portante, l'ala; è in pratica il semplicissimo principio sfruttato dai bimbi per far innalzare e volare il loro aquilone. L'ala, spinta dal motore, avanza con una certa velocità v ed incontra una resistenza F da parte dell'aria, praticamente perpendicolare al dorso dell'ala; si può scomporre tale forza F nelle due componenti fra loro perpendicolari P ed R, delle quali la prima, P, è la « portanza », che provvede appunto a sostenere l'aereo e che cioè gli permette di innalzarsi dal suolo e di sostenersi durante il volo, mentre la seconda, R, è la « resistenza » opposta al moto, vinta dal lavoro fornito dal motore. L'angolo α, detto « angolo di attacco », come risulta dalla figura, deve essere piccolo onde ottenere che P sia molto maggiore di R: ecco perché l'ala è debolmente inclinata sulla direzione di marcia.

Grande diffusione ha oggi raggiunto un altro apparecchio più pesante della aria: l'elicottero, costituito da un corpo principale (cabina, motore, fusoliera ecc.) al di sopra del quale è fissata un'elica ad asse verticale di notevoli dimensioni. Questo recente prodotto dell'industria aeronautica si è affermato largamente per le sue doti veramente preziose: può salire e scendere (ed anche decollare) verticalmente grazie all'asse verticale dell'elica, fermarsi in un punto qualunque dell'aria, atterrare in uno spazio ristretto ecc.

Il motore classico usato per gli aerei era quello a scoppio, che si vedrà in Termologia, e serviva ad azionare l'elica; anzi il numero di motori per ogni apparecchio era andato aumentando per la richiesta di crescenti potenze, ottenendosi così bimotori, trimotori, quadrimotori ecc. La presenza dell'elica ed il suo funzionamento costituiscono però il punto debole del sistema: è infatti evidente che per l'avvitamento è indispensabile la presenza dell'aria, per cui un tale apparecchio non potrà volare alle grandissime altezze, dove l'atmosfera è troppo rarefatta, e sarà del tutto inefficace negli spazi vuoti interplanetari. Per tali ragioni e per aumentare la velocità raggiungibile si sono ormai generalmente affermati gli aerei a reazione o a getto, di cui si farà cenno in Termologia.

Largo impiego ha avuto durante la Seconda Guerra Mondiale l'aliante, apparecchio privo di motore e quindi soltanto in grado di planare per effetto della forza di gravità; tuttavia, in presenza di correnti d'aria, è capace di salire e compiere, se manovrato con abilità, grandi tragitti; viene generalmente lanciato da un colle o, meglio, trainato fino ad una notevole altezza da un aereo e poi sganciato.

ESERCIZI

CINEMATICA

1 Il moto di un punto è espresso dalla formula: $s = 10 \cdot t$; di che moto si tratta e che cosa rappresenta il numero 10? (*Esaminare le varie risposte per eliminare quelle che sono sbagliate* : a) *è un moto uniforme ;* b) *è un moto naturalmente accelerato ;* c) *il numero 10 è la velocità ;* d) *il numero 10 è la misura della velocità ;* e) *il numero 10 è la misura dell'accelerazione*).

2 Un corpo, che si muove con moto uniforme, ha la velocità di 10 m/sec. Quanti metri percorre in 2 minuti primi? Quanto tempo impiega a percorrere 3,9 km? (*1'200 m ; 390 sec, ossia 6 primi e 30 secondi*).

3 Un ciclista percorre una strada piana con la velocità costante di 20 km/ora; un altro ciclista che percorre la stessa strada partendo, dopo un'ora, dallo stesso punto, riesce a raggiungere il primo in 3 ore. Calcolare la velocità media del secondo ciclista.

(*Il congiungimento avverrà dopo* $(3 + 1)$ *ore dalla partenza del 1º ciclista, quando questo avrà percorso km... Il secondo ciclista percorrerà lo stesso spazio in 3 ore ... Risposta: 26,6... km/ora*).

4 Completare la seguente tabella, che si riferisce ad un moto uniforme, e rappresentare il risultato con un diagramma:

tempo (in secondi)	1	2	3	4	5	6	7	8
spazio (in metri)				20				

5 Quale è la velocità media, in m/sec, di un'automobile che impiega 6 ore a percorrere 540 km? ($v = 25$ *m/sec*).

6 È più veloce un autocarro che impiega 3 ore a percorrere 150 km o una motocicletta avente la velocità media di 16 m/sec? (*È più veloce la motocicletta*).

7 Quanto tempo impiega un corridore ciclista a percorrere un circuito lungo 216 km se la sua velocità media è di 36 km/ora? Al suo arrivo, a che distanza dal traguardo si trova un altro concorrente la cui velocità media è di 35,5 km/ora? (*6 ore ; 3 km*).

8 Supponendo che una pallina metallica, lasciata cadere dalla sommità di una torre alta 44,1 m, si muova di moto naturalmente accelerato con l'accelerazione di 9,8 m/sec^2, calcolare dopo quanti secondi la pallina giunge a terra. *(3 sec)*.

9 In un caso analogo a quello dell'esercizio precedente calcolare l'altezza della torre sapendo che una pallina lanciata dalla sua sommità impiega esattamente 4 sec per toccare terra. *(78,4 m)*.

10 Un corpo si muove con moto uniforme di velocità 10 m/sec ed un altro con moto naturalmente accelerato di accelerazione 2 m/sec^2; quanti metri avrà percorso il primo corpo quando il secondo avrà la sua stessa velocità, se hanno iniziato contemporaneamente il moto? *(50 m)*.

11 Che cosa rappresenta il numero 50 nel moto espresso dalla formula: $s = 50 \cdot t^2$? *(Eliminare le risposte sbagliate come detto al precedente n. 1 :* a) *la misura della velocità ;* b) *la misura dell'accelerazione ;* c) *la misura della metà della accelerazione)*.

12 Un ciclista, alla velocità di 5 m/sec, inizia una discesa che percorre con accelerazione costante di 0,5 m/sec^2. Alla fine della discesa la sua velocità è di 12 m/sec. Quanto è lunga la discesa? Calcolare, anzitutto, il tempo impiegato a compiere la discesa. *(119 m)*.

13 Due mobili percorrono una linea retta partendo contemporaneamente dallo stesso punto; se le loro velocità sono rispettivamente v_1 e v_2, a quale distanza d si troveranno dopo un certo tempo t?

[1° caso : i due mobili vanno in direzione opposta ; è : $d = (v_1 + v_2)\,t$.

2° caso : i due mobili vanno nella stessa direzione ; è : $d = (v_1 - v_2)\,t$.

Distinguere i casi : $v_1 \gtreqless v_2$].

14 Due mobili che partono contemporaneamente da due punti aventi distanza d, percorrono una linea retta; il primo, di velocità v_1, parte con un anticipo di tempo t_0 rispetto all'altro, che ha velocità v_2. Dopo quanto tempo t si incontreranno?

[1° caso : i due mobili vanno in direzione opposta ; se t è il tempo impiegato dal primo per arrivare al punto d'incontro, quello del secondo è $t - t_0$, *quindi :*

$d = v_1 t + v_2 (t - t_0)$, *da cui* $t = \dfrac{d + v_2 t_0}{v_1 + v_2}$; *(sempre possibile : perchè ?)*.

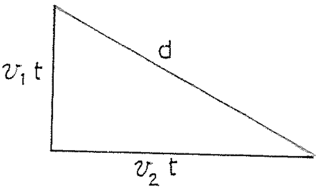
2° caso : i due mobili vanno nella stessa direzione : $d = v_1 t - v_2 (t - t_0)$;

$t = \dfrac{d + v_2 t_0}{v_1 - v_2}$; *(possibile solo se . . .)*].

15 Due mobili percorrono una linea retta, nella stessa direzione, partendo contemporaneamente da due punti posti a distanza d l'uno dall'altro; il primo percorre uno spazio a nel tempo t_1, l'altro uno spazio b nel tempo t_2. Dopo quanto tempo t (prima dell'incontro) la loro distanza avrà un certo valore c? *[Velocità del primo mobile* $v_1 = \dfrac{a}{t_1}$; *velocità del secondo* $v_2 = \dfrac{b}{t_2}$ . . . ;

$t = \dfrac{d - c}{v_1 - v_2}$. *Esaminare i vari casi possibili*].

16 Due mobili percorrono due semirette ad angolo retto e partono contemporaneamente dal vertice dell'angolo retto stesso con velocità v_1 e v_2. Calcolare la loro distanza d dopo un tempo t.
[*La distanza d è data dall'ipotenusa di un triangolo rettangolo i cui cateti sono gli spazi percorsi dai due mobili, quindi:* $d = t\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$].



17 Due mobili partono contemporaneamente con velocità v_1 e v_2 da due punti posti su due semirette che si incontrano ad angolo retto, dirigendosi verso l'intersezione delle semirette, dalla quale distano, all'inizio, rispettivamente di a e b. Dopo quanto tempo t la distanza dei due mobili avrà un certo valore d? [*Dopo un tempo t il mobile di velocità v_1 disterà dal vertice $a - v_1 t$ e l'altro $b - v_2 t$; quindi:* $d^2 = (a - v_1 t)^2 + (b - v_2 t)^2$, *da cui si ottiene una equazione di 2° grado in t; ... Si ha:*

$$t = \frac{a v_1 + b v_2 \pm \sqrt{d^2 (v_1^2 + v_2^2) - (a v_2 - b v_1)^2}}{v_1^2 + v_2^2},$$

possibile solo se il discriminante...].

Esempio numerico: due cerchi i cui raggi misurano rispettivamente 36 cm e 16 cm si muovono, mantenendo i loro centri sui cateti di un triangolo rettangolo, verso il vertice dell'angolo retto; il primo ne dista inizialmente 38 cm ed ha la velocità di 2 cm al secondo, l'altro ne dista 210 cm ed ha la velocità di 18 cm al secondo. Dopo quanto tempo si toccheranno?
[*È:* $(36 + 16)^2 = (210 - 18\,t)^2 + (38 - 2\,t)^2$, *da cui:*

$$328\,t^2 - 7712\,t + 42'840 = 0\,; \quad t_1 = 9\ sec\ \text{e}\ t_2 = \left(14 + \frac{21}{41}\right) sec].$$

18 Due mobili percorrono una circonferenza di raggio r; partiti contemporaneamente dallo stesso punto, essi hanno velocità rispettive v_1 e v_2. Dopo quanto tempo t si incontreranno la prima volta?

[*1° caso: i mobili procedono in versi opposti; è:*

$$v_1 t + v_2 t = 2\pi r, \text{ da cui } t = \frac{2\pi r}{v_1 + v_2}\,; \text{ (sempre possibile poiché...)}.$$

2° caso: i mobili procedono nello stesso verso; è:

$$v_1 t - v_2 t = 2\pi r, \text{ da cui } t = \frac{2\pi r}{v_1 - v_2}\,; \text{ (quando } v_1 = v_2 \text{...)}].$$

19 Le due lancette di un orologio sono sovrapposte alle ore 12; supposto che il loro moto sia uniforme, dopo quanto tempo si incontreranno? E quanti incontri vi saranno complessivamente nelle 12 ore successive?
[*Mentre la lancetta dei minuti percorre 60 divisioni, quella delle ore percorre 5 di tali 60 divisioni, quindi le velocità rispettive stanno fra loro nel rapporto 12 : 1. Il primo incontro avverrà dopo* $\left(65 + \frac{5}{11}\right)$ *primi dalla partenza; in tutto vi saranno 11 incontri*].

20 Nel problema precedente calcolare: 1°) dopo quanto tempo t le due lancette formeranno un angolo retto; 2°) quando saranno diametralmente opposte. [*1°) Assumendo come unità di misura lo spazio percorso in un'ora dalla lancetta più corta, al valore 3 corrisponde l'angolo di 90°; ma la lancetta più lunga è 12 volte più veloce dell'altra, quindi* $t + 3 = 12\,t$; $t = \frac{3}{11}$ *di ora.*

2°) Analogamente si ha l'equazione: $t + 6 = 12\,t$, *da cui* $t = \frac{6}{11}$ *di ora*].

FORZE E LORO COMPOSIZIONE

1 In un punto di un corpo sono applicate 4 forze allineate: tre di esse, di intensità 100 kg, 20 kg e 50 kg, agiscono nello stesso verso mentre l'altra, di intensità 130 kg agisce in verso opposto. Determinare il verso e l'intensità della risultante. (*Il verso è quello delle prime tre forze ; l'intensità è 40 kg*).

2 Perché quando due ragazzi tirano una robusta fune in versi opposti, con forze di uguale intensità, non si produce alcun movimento? (*Scegliere la risposta esatta e spiegare perché l'altra è sbagliata, pensando a cosa avverrebbe se la fune fosse elastica:* a) *perché le due forze si distruggono scambievolmente ;* b) *perché la risultante delle due forze è nulla*).

3 L'intensità della risultante di due forze allineate, di versi opposti, è 50 kg ed una delle componenti è 60 kg. Qual è l'intensità dell'altra componente? (*110 kg*).

4 Due trattori, situati sulle opposte sponde di un canale, tirano un natante mediante funi che formano un angolo di 90°, rispettivamente con forze di 300 kg e di 400 kg. Ricavare l'intensità della risultante: 1°) graficamente, misurando la lunghezza del vettore che la rappresenta; 2°) col calcolo, applicando il Teorema di Pitagora. (*500 kg*).

5 In un punto sono applicate due forze, di intensità 100 kg e 60 kg, aventi la stessa direzione e versi contrari ed una terza forza, di intensità 30 kg, di direzione perpendicolare a quella delle precedenti. Calcolare l'intensità della risultante. (*Anzitutto si calcolerà la risultante delle forze allineate ; 50 kg*).

6 Determinare l'intensità della risultante di due forze di 3 kg ognuna, applicate in uno stesso punto, le cui direzioni formano un angolo di 120°. (*La stessa intensità delle due componenti*).

7 L'intensità della risultante di due forze, che agiscono in direzioni perpendicolari su uno stesso punto, è 10 kg e quella di una delle componenti è 8 kg; calcolare l'intensità dell'altra componente. (*6 kg*).

8 Perché è in equilibrio il sistema formato da quattro forze di uguale intensità applicate allo stesso punto e tali che le direzioni di due successive formino angoli di 90°? (*Scegliere la risposta o le risposte esatte :* a) *perché la poligonale delle forze è una linea chiusa ;* b) *perché le forze si distruggono essendo a due a due uguali e contrarie ;* c) *perché le forze sono a due a due uguali e contrarie per cui la loro risultante è nulla*).

9 Due manovali portano a spalla un oggetto con un'asta lunga 2 m che si suppone priva di peso; il primo sopporta un peso di 40 kg e l'altro di 60 kg. Qual è il peso del corpo ed in che punto dell'asta esso è fissato? (*Pesa 100 kg ed è fissato a 120 cm dall'estremo sostenuto dalla prima persona*).

10 Due forze parallele e discordi di intensità 10 kg e 30 kg sono applicate nei punti P e P_1 di un'asta, distanti 40 cm. Calcolare l'intensità della risultante e la distanza del suo punto di applicazione da P e P_1. (*L'intensità è 20 kg ; le distanze sono 60 cm e 20 cm*).

11 Completare la seguente tabella, relativa agli allungamenti subìti da una molla ad opera di pesi diversi e disegnare il relativo diagramma.

Peso (in kg)	1	2	3	4	5	6	7	8
Allungamento (in cm)	2	4					14	16

12 Due forze uguali e parallele, di intensità 10 kg, le cui linee d'azione distano 20 cm, formano una coppia. Precisare se le forze sono concordi o discordi e calcolare il valore del momento della coppia. (*Il momento vale* $10\ kg \cdot 20\ cm = 200\ kg \cdot cm$).

LA GRAVITÀ E L'EQUILIBRIO

1 Può restare in equilibrio, appoggiato su una base sopra un piano orizzontale, un cilindro obliquo di legno massiccio le cui generatrici formano angoli di 45° con il piano d'appoggio? (*Scegliere la risposta esatta* : a) *no* ; b) *sì* ; c) *solo quando la congiungente i centri delle due basi non è maggiore di* $2\sqrt{2}$ *volte il raggio della base*).

2 Perché, volendo sospendere un quadro con un unico chiodo, il gancio deve essere fissato esattamente nel punto di mezzo del lato superiore della cornice? (*Il baricentro del quadro si trova nel punto di incontro . . . ; ecc.*).

3 Dopo aver verificato che non è possibile restare appoggiati al muro con una spalla ed una gamba sollevando contemporaneamente l'altra gamba, giustificare tale fatto. (*La perpendicolare abbassata dal baricentro . . .*).

4 Per ciascuno dei seguenti tre quesiti commentare le varie risposte scegliendo quelle esatte:

I) Perché i lottatori e gli schermitori, nella posizione di guardia, allontanano i piedi e stanno con le ginocchia lievemente piegate? (*Risposte* - a) *per presentare un bersaglio meno esteso all'avversario* ; b) *perché l'equilibrio del loro corpo sia maggiormente stabile*).

II) Quali devono essere le caratteristiche di un'automobile dal punto di vista della sua stabilità? (*Risposte* – a) *gli assi devono essere assai corti* ; b) *la distanza tra le ruote deve essere la maggiore possibile* ; c) *il motore deve essere posto il più possibile in basso* ; d) *il motore deve essere posto in posizione elevata*).

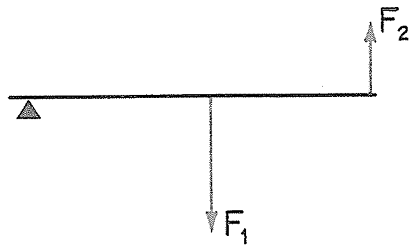
III) Come sono tra loro le direzioni di due fili a piombo che si trovano, rispettivamente, in uno dei Poli terrestri e sull'Equatore? (*Risposte – Le due direzioni :* a) *sono parallele ;* b) *sono perpendicolari ;* c) *formano un angolo di 45°*).

5 A che distanza dai vertici si trova il baricentro di una lamina di ferro, di spessore costante, avente la forma di triangolo equilatero di lato lungo 7 cm? $\left(\dfrac{7 \cdot \sqrt{3}}{3}\ cm\right)$.

LE MACCHINE SEMPLICI

1 Un'asta rigida lunga 3 m (che si suppone priva di peso) può ruotare intorno a un punto distante 2 m da un suo estremo; che peso si deve fissare a questo estremo per equilibrare il peso di 100 kg fissato all'altro estremo? (*50 kg*).

2



Riferendosi al disegno, abbinare in tutti i modi possibili le frasi che seguono in modo da ottenere affermazioni vere: *a*) F_1 è la potenza; *b*) la leva è di I° genere; *c*) la leva è di II° genere; *d*) F_1 è la resistenza; *e*) la leva è di III° genere; *f*) F_2 è la potenza.

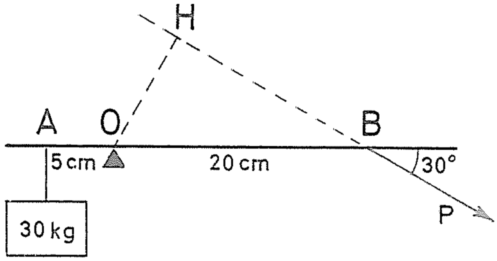
3 In una leva di II° genere, lunga 100 cm, la potenza e la resistenza, aventi direzioni parallele, hanno rispettivamente l'intensità di 10 kg e 40 kg. Calcolare a che distanza dal fulcro si deve applicare la resistenza perché vi sia equilibrio. (*Si indichi con x tale distanza ; 25 cm*).

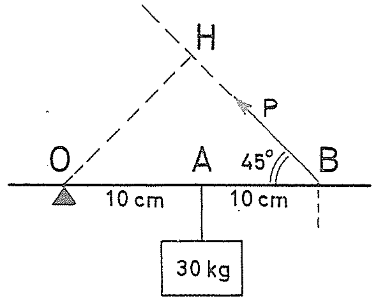
4 Quale forza è necessaria per sollevare, con una leva vantaggiosa di I° genere lunga 1,38 m, un peso di 4 quintali se il fulcro si trova a 18 cm dall'estremità dell'asta? (*Poco più di 60 kg*).

5 Le forze parallele di 10 kg e 30 kg si fanno equilibrio essendo, rispettivamente, la potenza e la resistenza di una leva di I° genere lunga 80 cm. Determinare la posizione del fulcro e dire perché non sarebbe possibile proporre un analogo problema affermando che la leva è di III° genere. (*Il fulcro si trova a 60 cm dalla potenza ; nella leva di III° genere, se le forze sono parallele, la potenza...*).

6 Afferma il falso chi dice che, in una leva di II° genere, c'è equilibrio quando la potenza è di 30 kg e la resistenza di 20 kg? (*Scegliere la risposta opportuna :* a) *sì, perché le leve di II° genere sono sempre vantaggiose ;* b) *non è possibile rispondere non essendo precisata la direzione delle due forze...*).

7 Calcolare la intensità x della potenza P (non parallela alla resistenza) nelle leve qui schematizzate:





(*Si osservi che il braccio della potenza è :*
$OH = (20 : 2)\ cm$;
$30 \cdot 5 = x \cdot 10.$
Risposta : 15 kg).

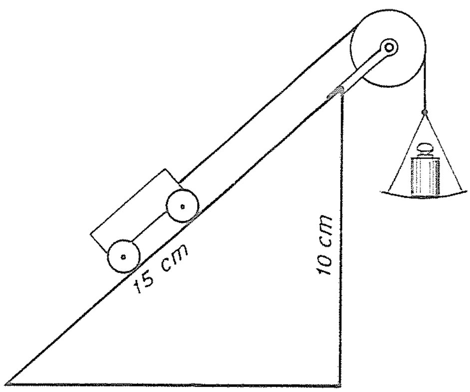
(*Si osservi che il braccio della potenza è :*
$OH = (20 : \sqrt{2})$; $10 \cdot 30 = x \cdot \dfrac{20}{\sqrt{2}}$;
Risposta : 15 $\sqrt{2}$ *kg*).

8 La leva di una stadera ha il fulcro a 6 cm dal piatto e l'altro braccio è lungo 60 cm. Su questo braccio scorre un peso fisso di 3 kg. Quale è il massimo peso valutabile ? (*30 kg*).

9 A quale distanza dal fulcro si deve attaccare il piatto della stadera citata nel precedente esercizio perché riesca a valutare pesi sino a 60 kg ? (*3 cm*).

10 Quale forza è necessaria per sollevare il peso di 300 kg con una carrucola mobile? (Trascurare gli attriti e il peso della carrucola). (*150 kg*).

11 Quale peso si deve porre nel piattello per tenere in equilibrio il carrettino che pesa 3 kg ? (Trascurare gli attriti). (*2 kg*).



PRINCIPI DELLA DINAMICA - PESO SPECIFICO

1 Completare la seguente tabella, che si riferisce alle accelerazioni prodotte dalla stessa forza applicata a corpi di massa diversa, e tracciare il relativo diagramma.

Massa (in kg)	1	2	3	4	5
Accelerazione (in m/sec^2)	24	12			

2 Perché una moneta posata sul tavolo resta immobile? (*Scegliere la risposta preferibile e segnalare quella decisamente errata :* a) *perché il tavolo non le permette di spostarsi verso il basso ;* b) *perché la forza dovuta al suo peso e quella dovuta alla reazione del tavolo si fanno equilibrio ;* c) *perché su essa non agisce alcuna forza*).

3 Esprimere in newton la forza di 10 kg-peso in una località dove è $g = 9{,}80$ m/sec². (*98 N*).

4 Agli estremi di una fune posata nella gola di una carrucola fissa perfettamente lubrificata, sono attaccati, rispettivamente, i pesi di 10 kg e di 15 kg. Calcolare l'accelerazione del moto che si produce, trascurando l'attrito e il peso della carrucola che ruota. (*La massa che si muove è di 25 kg-massa ; la forza è di (15 — 10) kg-peso = 5 kg-peso = (5 · 9,8) newton; dalla formula* $F = m \cdot a$ *si ottiene* $a = 1{,}96$ *m/sec²*).

N. B. - Si ricordi che è necessario usare sempre unità dello stesso sistema: perciò le forze devono essere espresse in newton.

5 Un oggetto pesa 2 kg all'Equatore, dove il valore della gravità è $g = 9{,}78$ m/sec²; che peso avrà in un'altra località dove è $g = 9{,}80$ m/sec²? (*Si osservi che* $m = \dfrac{2}{9{,}78}$ *kg-massa ; peso* $= \left(\dfrac{2}{9{,}78} \cdot 9{,}80\right)$ *kg-peso . . .*).

6 Una persona in piedi su un autobus rischia di cadere verso il conducente; il veicolo è partito bruscamente o ha frenato? (*Il corpo tende a muoversi nella direzione del moto del veicolo, perciò . . .*)

7 Immergendo nell'acqua contenuta in un cilindro di vetro graduato un pezzo di metallo massiccio, che pesa 210,2 g, si è ricavato che il suo volume è 20 cm³; quale è il peso specifico del metallo considerato? (*10,51 ; perciò quel metallo è argento*).

8 Quanto pesano 2 litri di mercurio (peso specifico 13,6) e 2 litri di olio d'oliva (peso specifico 0,91)? (*27,2 kg e 1,82 kg*).

9 Qual è il volume di una statuetta di platino (peso specifico 21,3) che pesa 213 g? (*10 cm³*).

10 Una sfera massiccia di platino pesa 6 kg e un'altra di ferro pesa 3 kg; senza effettuare calcoli dire quale delle due sfere ha volume maggiore. (*La sfera di platino pesa il doppio di quella di ferro e il peso specifico del platino è più del doppio di quello del ferro ; perciò . . .*).

11 Che cosa avviene quando una persona spinge una barca? (*Commentare le risposte :* a) *occorre precisare se la persona ha i piedi sulla barca o sulla riva ;* b) *la barca si sposta nella direzione della spinta ;* c) *la reazione del bordo si trasmette, attraverso la persona, al fondo della barca che fa equilibrio all'azione, perciò la barca non si sposta*).

PRESSIONE

1 Un baule a forma parallelepipeda ha dimensioni 140 cm, 80 cm e 60 cm e pesa 40 kg; calcolare le pressioni, in kg/cm² ed in atmosfere, che esercita nelle diverse posizioni in cui può essere posto.

(0,0035 kg/cm² = 0,0033 atm ; 0,0047 kg/cm² = 0,0045 atm ; 0,0083 kg/cm² = 0,0080 atm).

2 Una persona pesa 80 kg; calcolare la pressione esercitata sulla neve quando è in piedi (superficie di appoggio di 900 cm², costituita dalle due scarpe) e quando invece ha gli sci (superficie di appoggio di 6'000 cm²).

(0,088 kg/cm² ; 0,013 kg/cm²).

3 In una bombola metallica per la saldatura autogena è contenuto idrogeno alla pressione di 3 atm; calcolare in kg ed in newton la forza che il gas esercita sul fondo circolare di tale recipiente, sapendo che il raggio è di 18 cm.

(3152,798 kg = 30897,420 newton).

CADUTA LIBERA - PENDOLO - FORZA CENTRIFUGA

1 Completare la seguente tabella, che si riferisce al moto di un corpo che cade nel vuoto e disegnare il diagramma relativo:

Tempo (in secondi)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Spazio (in metri)	4,9									

2 Una pallina viene lasciata cadere verticalmente al suolo dall'altezza h mentre un'altra pallina raggiunge il suolo dalla stessa altezza dopo aver percorso un piano inclinato lungo l. Calcolare con che velocità arriva al suolo ciascuna pallina. *(Nel primo caso la velocità è* $v = \sqrt{2gh}$ *; nel secondo caso la accelerazione è:* $g_1 = g \frac{h}{l}$ *. . . ; le due velocità risultano uguali).*

3 Quanto tempo impiega un sassolino lasciato cadere liberamente per percorrere 20 m e quale è la sua velocità finale? *(Si trascuri la resistenza dell'aria e si assuma* $g = 9,80$ *m/sec²;* $t = 2,02$ *sec ;* $v = 19,80\ldots$ *m/sec).*

4 Un corpo viene lanciato verticalmente dall'alto in basso con velocità iniziale di 50 m/sec. Dopo quanto tempo t avrà raggiunto la velocità di 99 m/sec? Quale spazio avrà percorso nello stesso tempo?

[Risulta : $99 = 50 + 9,8\,t$ *;* $t = 5$ *sec ;* $s = 50 \cdot 5 + \frac{1}{2}\, 9,8 \cdot 5^2$ *;* $s = 362,5$ *m].*

5 Da un aereo si spara un colpo di pistola verticalmente verso terra; supposta la velocità iniziale del proiettile di 300 m/sec e la velocità del suono di 340 m/sec, a quale altezza dovrà trovarsi l'aereo se si vuole che la palla giunga a terra contemporaneamente al rumore dell'esplosione?

[*Si ha il sistema* $\begin{cases} s = 340\,t \\ s = 300\,t + \frac{1}{2}\,9{,}8\,t^2 \end{cases}$ *da cui* $t = \frac{40}{4{,}9}$ *ed* $s \simeq 2.772{,}9$].

6 Una pietra è lasciata cadere dalla bocca di un pozzo; dopo t secondi si sente il rumore prodotto dall'urto della pietra contro la superficie dell'acqua. Trovare la distanza s di questa dal bordo del pozzo, se v è la velocità del suono e g l'accelerazione di gravità. [*Il moto di caduta della pietra è naturalmente accelerato mentre quello di propagazione del suono è uniforme, quindi...*

$$t = \frac{s}{v} + \sqrt{\frac{2\,s}{g}}\,, \quad da\ cui\ s = \frac{v\,(v + g\,t - \sqrt{v^2 + 2\,v\,g\,t})}{g}].$$

7 Si lancia un corpo verticalmente dal basso in alto con velocità iniziale di 100 m/sec. Dopo quanto tempo tornerà al punto di partenza? [*20,4 sec*].

8 Un proiettile è lanciato verticalmente verso l'alto con velocità iniziale di 100 m/sec; quale sarà la sua velocità e quale lo spazio percorso dopo 5 sec? [$v = 51$ *m/sec*; $s = 377{,}5$ *m*].

9 Un corpo è lanciato verticalmente verso l'alto; se l'intervallo di tempo che separa due passaggi del mobile per una data posizione è $2\,t$, trovare la sua velocità iniziale ed il tempo totale impiegato dal mobile a tornare al punto di partenza. [*Siano* d *la distanza della posizione data dal punto di partenza,* v_0 *la velocità iniziale incognita,* a *l'accelerazione; l'altezza raggiunta è* $\frac{v_0^2}{2\,a}$ *ed è uguale a* $d +$ *lo spazio percorso nel tempo* t, *cioè:*

$$\frac{v_0^2}{2\,a} = d + \frac{1}{2}\,a\,t^2\,, \quad da\ cui\ v_0 = \sqrt{a\,(2\,d + a\,t^2)}\,.$$

Il tempo per l'andata ed il ritorno è:

$$t' = 2\,\frac{v_0}{a} = 2\sqrt{\frac{2\,d + a\,t^2}{a}}\,].$$

10 Due corpi sono lanciati contemporaneamente dallo stesso punto verso il basso con velocità rispettive v_1 e v_2; dopo quanto tempo t la velocità V_1 del primo sarà doppia di quella V_2 del secondo?

[*Alla fine di tale tempo* t *le due velocità saranno* $V_1 = v_1 + a\,t$ *e* $V_2 = v_2 + a\,t$,

$$quindi:\ v_1 + a\,t = 2\,(v_2 + a\,t)\ ;\ t = \frac{v_1 - 2\,v_2}{a}\,.$$

Il problema è impossibile per $v_1 < 2\,v_2$ *se* t *si deve considerare come tempo avvenire, cioè solo per valori positivi di* t].

11 Risolvere lo stesso problema precedente nel caso in cui il primo corpo parta n secondi prima dell'altro.

$$\left[v_1 + a\,t = 2\,(v_2 - a\,(t - n))\,;\; t = \frac{v_1 + 2\,a\,n - 2\,v_1}{a}\right].$$

12 Da un punto, posto all'altezza h dal suolo, cadono contemporaneamente due corpi: uno liberamente, l'altro con velocità iniziale di n m/sec, su un piano inclinato. Quale lunghezza l dovrà avere il piano se si vuole che i due corpi giungano a terra contemporaneamente?

[Il tempo t impiegato dal primo corpo a cadere è $\sqrt{\frac{2\,h}{g}}$ e deve essere uguale a quello impiegato dal secondo a scendere lungo il piano; tale corpo è soggetto ad una accelerazione $g_1 = g\,\frac{h}{l}$ ed l è tale che: $l = n\,t + \frac{1}{2}\,g\,\frac{h}{l}\,t^2$; sostituendo il valore di t...

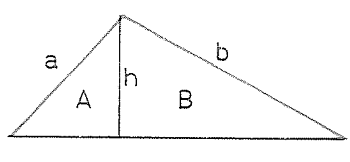
$$l = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\,h}{g}}\,(n \pm \sqrt{n^2 + 2\,g\,h})\,.$$

Si deve prendere il segno $+$ perché $\sqrt{n^2 + 2\,g\,h}$ rappresenta la velocità acquistata dal mobile alla fine della caduta lungo il piano e quindi, essendo il moto accelerato, è sempre $n < \sqrt{n^2 + 2\,g\,h}$].

13 Due piani inclinati A e B, le cui lunghezze sono rispettivamente a e b, stanno appoggiati l'uno contro l'altro con l'altezza comune h; se un corpo, partendo dal piano di base, si muove all'insù lungo A con velocità iniziale v_0, quale velocità iniziale dovrà possedere un altro corpo che si muova analogamente all'insù sul piano B, per arrivare al punto d'incontro dei due piani contemporaneamente al primo?

[Siano g accelerazione di caduta libera, g_1 quella lungo A, g_2 quella lungo B; è:

$g_1 = g\,\frac{h}{a}\,;\; g_2 = g\,\frac{h}{b}$. *Il tempo t per salire fino in cima ad A è: $a = v_0\,t - \frac{1}{2}\,g\,\frac{h}{a}\,t^2$, da cui $t = a\,\frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2\,g\,h}}{g\,h}$; si deve considerare il segno — perché...*



Siccome il corpo che percorre il piano B deve giungere contemporaneamente sul vertice a quello che percorre il piano A, l'equazione che dà la velocità iniziale x per il secondo corpo è: $b = x\,t - \frac{1}{2}\,g\,\frac{h}{b}\,t^2$; sostituendo a t il suo valore...

$$x = \frac{b^2 + a^2}{2\,a\,b}\,v_0 + \frac{b^2 - a^2}{2\,a\,b}\sqrt{v_0^2 - 2\,g\,h}\,].$$

Esempio numerico: $a = 40$ m, $b = 30$ m. *[$v_0 = 25$ m/sec, $g = 9{,}8$ m/sec^2 ed $h = 24$ m, si ottiene $x \simeq 22{,}4$ m/sec].*

14 In una data località un pendolo semplice lungo 99,4 cm impiega 2 secondi per compiere un'oscillazione completa. Quale è l'accelerazione in tale località? *($g = 980{,}084...$ cm/sec^2).*

15 Completare (senza eseguire laboriosi calcoli) le seguenti tabelle, che si riferiscono a pendoli semplici situati nella medesima località:

Lunghezza (in m)	1	4	9	16	25
Periodo (in sec)	2				

Lunghezza (in m)	0,25				
Periodo (in sec)	1	2	3	4	5

16 Calcolare il periodo di oscillazione di un pendolo semplice lungo 3,976 m essendo $g = 9{,}80$ m/sec^2. (*4 sec circa*).

17 Una lampadina elettrica è attaccata ad un lungo filo che pende dal soffitto di una Chiesa sino a giungere a 2 m dal suolo. Come si può misurare l'altezza della Chiesa? (*Scegliere la risposta esatta*: a) *facendo oscillare la lampadina, misurando il periodo e ricordando le leggi del pendolo semplice* ; b) *sostituendo la lampadina con sferette di pesi diversi e vedendo come varia il periodo di oscillazione* ; c) *misurando la lunghezza del pendolo come detto al punto* a) *ed aggiungendovi 2 m*).

18 Un pendolo che batte esattamente il secondo a Parigi sarebbe esatto al Cairo d'Egitto? (*Scegliere la risposta esatta* : a) *no, perché varia il «fuso orario»*; b) *sì* ; c) *no, perché varia il valore della accelerazione di gravità*).

19 Due pendoli di lunghezze l_1 ed l_2 hanno durate di oscillazioni che differiscono di $\frac{1}{n}$ della durata di oscillazione del pendolo l_1. Trovare la lunghezza l_2 in funzione di l_1.

[*Per il primo pendolo è :* $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$; *per il secondo, il cui periodo indichiamo con* T_2 *che supponiamo maggiore, è :* $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$; *quindi*

$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} + \frac{1}{n}\,2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$ *da cui* $l_2 = l_1\left(1+\frac{1}{n}\right)^2$].

20 Calcolare il valore della forza centrifuga agente su un veicolo di massa 400 kg, quando percorre, alla velocità di 72 km/ora, una curva circolare di 50 m di diametro. (*Tutte le grandezze devono essere misurate in unità del sistema Giorgi; perciò la velocità deve essere espressa in m/sec... Risposta: 6·400 newton*).

21 Perché un satellite artificiale può ruotare attorno alla Terra senza cadere? (*Eliminare la risposta decisamente sbagliata :* a) *perché la forza centrifuga fa equilibrio al peso del satellite* ; b) *perché è molto lontano dalla Terra per cui non risente l'attrazione di gravità* ; c) *perché è fuori dell'atmosfera terrestre e perciò ruota senza che la sua velocità venga sensibilmente ridotta*).

22 Un sasso, di 60 grammi, attaccato ad una funicella che compie 2 giri al secondo, è soggetto alla forza di 9,456 newton. Quale è la lunghezza della fionda? (*Prima di applicare la formula occorre ridurre in unità del sistema Giorgi la misura della massa del sasso... Risposta: 1 m circa*).

LAVORO ED ENERGIA

1 Calcolare il lavoro (in kgm, in joule e in Wh) necessario per sollevare 100 litri d'acqua all'altezza di 30 metri. (*Risposte*: $3 \cdot 10^3$; $29,4 \cdot 10^3$; $8,16$).

2 Un escursionista, che pesa 90 kg, raggiunge una vetta superando un dislivello di 1'500 m. Che lavoro compie? (*Scegliere le risposte esatte e spiegare perché le altre sono sbagliate* : a) *(90 · 1'500) kgm* ; b) *il lavoro dipende anche dalla pendenza della strada percorsa*; c) *(90 · 1'500 · 9,8) J*; d) *il problema non fornisce tutti gli elementi necessari alla risposta*).

3 Per sollevare diversi pesi ad altezze diverse si è compiuto sempre lo stesso lavoro; completare la relativa tabella:

Peso del corpo (in kg)	25	50	100	200	400
Altezza (in m)			1		

4 Quale lavoro si compie se si sposta un corpo di 8 metri applicando una forza di 100 newton, quando le direzioni della forza e dello spostamento formano un angolo di 30°? (*692,8 J circa*).

5 Rispondere a quesiti analoghi a quelli del precedente esercizio quando l'angolo formato dalle direzioni della forza e dello spostamento sia rispettivamente, di 45°, 60°, 90°. (*565 J ; 400 J ; 0 J*).

6 A che altezza dal suolo è stato sollevato un corpo che pesa 200 kg, se, sollevandolo, si è compiuto il lavoro di 600 kgm? (*3 m*).

7 Calcolare, in CV, la potenza di un motore capace di compiere in 70 secondi il lavoro citato nell'esercizio n. 1. (*0,57 CV*).

8 Perché non è esatto dire, per esempio, che un'automobile ha la « forza » di 40 CV? (*Scegliere la risposta esatta* : a) *perché si tratta di una potenza, non di una forza* ; b) *perché una forza non può essere misurata in CV*).

9 Un montacarichi avente la potenza di 10 watt è adoperato per 2 ore consecutive; che lavoro viene compiuto? (*$72 \cdot 10^3$ J*).

10 Che potenza è necessaria per riempire d'acqua, in tre ore, una vasca cubica di spigolo lungo 2 m posta a 5,4 m dal livello del lago dal quale tale acqua è attinta? $\left(4 \text{ kgm al sec} = \frac{4}{75} \text{ CV}\right)$.

11 Completare la seguente tabella, che si riferisce a diversi motori aventi la stessa potenza:

Lavoro compiuto in un dato tempo t (espresso in J)	5	10	20
Tempo t (in secondi)		4	

12 Se ci trovassimo su un piano liscio e orizzontale e non vi fosse né attrito né resistenza del mezzo come ci potremmo spostare? (*Scegliere la risposta esatta e commentare le altre*: a) *non ci potremmo spostare affatto*; b) *gettando da un lato un corpo qualsiasi, per esempio la penna stilografica o una moneta, ci muoveremmo con moto uniforme dalla parte opposta*; c) *lanciando avanti prima un braccio e poi l'altro*).

13 Un volano, che ruota per inerzia intorno al proprio asse facendo n giri al secondo, viene successivamente collegato ad un meccanismo di sollevamento e, prima di fermarsi, riesce a sollevare di h metri un corpo avente la massa di m kg_m. Supposto che non esistano gli attriti, come si può ricavare il momento d'inerzia del volano? [*Basta tener presente che l'energia cinetica del volano*, $E_c = \frac{1}{2} I \omega^2$, *equivale al lavoro che il volano stesso può compiere fermandosi; si ottiene*: $I = \frac{2\,m\,g\,h}{\omega^2}$; *essendo* $\omega = \ldots$].

14 Una persona, in piedi su una piattaforma che ruota per inerzia, tiene le braccia tese orizzontalmente ed all'infuori; se egli avvicinasse le braccia al petto, la velocità di rotazione della piattaforma varierebbe?
[*Scegliere la risposta esatta*: a) *no, perché non varierebbe la massa del corpo in rotazione né verrebbe fornita energia dall'esterno*; b) *il momento d'inerzia varierebbe e quindi, rimanendo costante l'energia cinetica, varierebbe pure la velocità angolare di rotazione della piattaforma*].

MECCANICA DEI LIQUIDI

1 Il lavoro che una persona può ottenere mediante l'impiego di un torchio idraulico è diverso da quello da essa compiuto? (*Scegliere la risposta migliore*: a) *per il Principio di conservazione dell'energia il lavoro non aumenta né diminuisce*; b) *si ottiene un lavoro maggiore perché la macchina è «vantaggiosa»*; c) *a causa degli attriti una piccola parte di lavoro viene trasformata in calore per cui il lavoro prodotto è leggermente inferiore*).

2 Completare la seguente tabella relativa agli spostamenti subìti dai due stantuffi di un torchio idraulico; compilare il relativo diagramma e dire perché questo è un segmento di retta:

Spostamento stantuffo minore (in cm)			30		
Spostamento stantuffo maggiore (in cm)	1	2	3	4	5

3 Il cilindro minore di una pressa idraulica ha raggio 3 cm; il cilindro maggiore ha raggio 200 cm; sul cilindro maggiore agisce una forza di 7'800 kg; che forza si dovrà applicare sul cilindro minore per equilibrarla? (*1,75 kg*).

4 In un torchio idraulico esercitando sul cilindro minore, di raggio 4 cm, la forza di 8,5 kg si riesce ad esercitare sul cilindro maggiore la forza di 6'400 kg; quale è il raggio del cilindro maggiore? (*109,75 cm*).

5 Quale forza si deve esercitare sul foro di un rubinetto, di sezione 3 cm^2, per impedire l'uscita dell'acqua proveniente da un serbatoio situato a 10 m di altezza? *(3 kg)*.

6 In tre bottiglie identiche sono contenuti tre liquidi diversi: mercurio (peso specifico 13,59), petrolio (peso specifico 0,8) ed olio (peso specifico 0,9), che raggiungono in tutte l'altezza di 14 cm. Determinare le pressioni esercitate dai vari liquidi sul fondo di ciascuna bottiglia. *(Mercurio: 190,26 g/cm^2; petrolio: 11,20 g/cm^2; olio: 12,60 g/cm^2)*.

7 Un cacciatore subacqueo si immerge in mare alla profondità di 12 m; calcolare la forza a cui è sottoposto ogni cm^2 del suo corpo ad opera della pressione idrostatica, sapendo che il peso specifico dell'acqua marina è 1,03. *(1'236 g)*.

8 Si è immerso in acqua distillata a 4 °C un blocco di alluminio (peso specifico 2,70) avente peso 3'500 g; calcolare la spinta di Archimede. Se il blocco fosse di legno (peso specifico 0,5) e dello stesso peso, quale sarebbe la spinta di Archimede? *(Alluminio: 1'296,3 g, minore del peso di 3'500 g, per cui affonda; legno: 7'000 g, maggiore del peso di 3'500 g, per cui viene a galla)*.

9 Un blocco di ferro (peso specifico 7,86) avente il volume di 650 cm^3 è sospeso sotto un piatto di una bilancia ed è totalmente immerso in acqua distillata a 4 °C; che peso segnerà la bilancia? *(4'459 g)*.

10 Nell'acqua di un lago galleggia verticalmente un fusto cilindrico, del peso di 60 kg; il raggio di base è di 40 cm; fino a che altezza risulta immerso? *(11,94 cm)*.

11 Per determinare il peso specifico dell'argento, si pone sotto un piattello di una bilancia un pezzo di tale metallo del peso di 156 g; lo si immerge completamente in acqua distillata a 4 °C; la bilancia trabocca e per ristabilire l'equilibrio si deve aggiungere un peso di 15 g; qual è il peso specifico cercato? *(10,4)*.

12 Un galleggiante è costituito da due prismi retti riuniti insieme con la base uguale e comune e di altezze h_1 ed h_2; le densità delle sostanze che compongono ciascun prisma sono rispettivamente ρ_1 e ρ_2. Calcolare la condizione perché il sistema sia in equilibrio quando sia totalmente immerso in un liquido di densità ρ.

$$\left[\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho}\text{; il problema è sempre possibile?}\right].$$

13 Un cono retto di legno la cui altezza è 0,25 m ed il raggio di base 0,03 m, si immerge nell'acqua con l'asse verticale ed il vertice in basso; se la densità del legno è 0,729 di quale frazione x dell'altezza si immergerà il cono? E se invece il cono si immergesse con la base in basso?
[Indicando con V_1 e V_2 i volumi del cono di legno e di quello dell'acqua spostata, si ha equilibrio se $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{0,729}$; ma i due coni sono simili, quindi stanno fra loro come i cubi delle rispettive altezze: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{25^3}{x^3}$ e perciò... $x = 22,5$ cm.

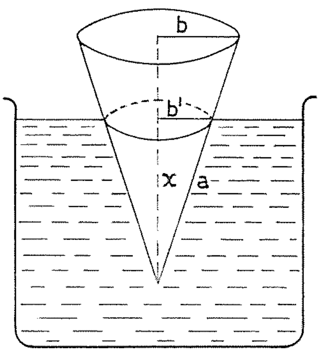
Nel secondo caso, indicando con V_3 il volume del cono emerso e con y la sua altezza, si ha: $\dfrac{V_1}{V_3} = \dfrac{25^3}{y^3}$; *scomponendo* $\dfrac{V_1 - V_3}{V_1} = \dfrac{25^3 - y^3}{25^3}$; *d'altra parte è* $\dfrac{V_1 - V_3}{V_1} = 0{,}729$, *quindi...* $y \simeq 16{,}175$ *cm e l'altezza del tronco di cono immerso è circa 8,825 cm*].

14 Calcolare quale deve essere il rapporto fra il raggio esterno R e lo spessore s di una sfera metallica cava di densità *7,8*, perché essa rimanga in equilibrio quanto è totalmente immersa nell'acqua.

[*Il peso della sfera è* $\left(\dfrac{4}{3}\pi R^3 - \dfrac{4}{3}\pi (R-s)^3\right) \cdot 7{,}8$; *quello dell'acqua spostata è* $\dfrac{4}{3}\pi R^3$; *uguagliando, semplificando e componendo si ha:*

$$\frac{R}{s} = \frac{\sqrt[3]{39}}{\sqrt[3]{39} - \sqrt[3]{34}} \simeq 22{,}3092].$$

15 Un cono omogeneo di apotema a e la cui base ha raggio b, è collocato nell'acqua col vertice in basso e l'asse verticale; se il peso del cono è p, di quanto esso si immergerà se si vuole che sia in equilibrio?



[*Dovrà essere* $p = \dfrac{1}{3}\pi x b_1^2$; *ma è anche* $\dfrac{b_1}{b} = \dfrac{x}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ *e sostituendo...* $x = \sqrt[3]{\dfrac{3p\,(a^2 - b^2)}{\pi b^2}}$. *Il problema è sempre possibile?*].

16 Un lingotto, di peso P nell'aria, dovrebbe essere d'oro puro di densità d; per vedere se contiene altro metallo di densità d_1, lo si pesa nell'acqua e si constata una perdita di peso p. C'è stata frode? Ed in tal caso qual è la composizione del lingotto?

[*Se il lingotto fosse d'oro puro dovrebbe essere* $\dfrac{P}{d} = p$, *ma se è* $\dfrac{P}{d} < p$, *cioè* $\dfrac{P}{d} - p < 0$ *c'è frode; sia x il peso dell'oro:* $\dfrac{x}{d}$ *e* $\dfrac{P - x}{d_1}$ *sono i volumi dello oro e dell'altro metallo; si ha* $\dfrac{x}{d} + \dfrac{P - x}{d_1} = p$, *da cui* $x = \left(\dfrac{P}{d_1} - p\right)\dfrac{d\,d_1}{d - d_1}$ *ed il peso dell'altro metallo è* $\left(\dfrac{P}{d} - p\right)\dfrac{d\,d_1}{d_1 - d}$.

Dovrà essere: $\begin{cases} \dfrac{P}{d_1} - p > 0 \\ d - d_1 > 0 \end{cases}$ *e* $\begin{cases} \dfrac{P}{d} - p < 0 \\ d_1 - d < 0 \end{cases}$].

17 Due sfere di densità ρ_1 e ρ_2 hanno ugual peso P nel vuoto; si sospendono alle estremità di una leva di primo genere, di bracci l_1 ed l_2, immergendole poi in un liquido di densità ρ ; quale deve essere il rapporto dei due bracci della leva per avere equilibrio?

[*I volumi delle sfere sono* $\frac{P}{\rho_1}$ *e* $\frac{P}{\rho_2}$ *e nel liquido i pesi sono* $P - \frac{P}{\rho_1}\rho$ *e* $P - \frac{P}{\rho_2}\rho$, *quindi per avere equilibrio:* $P\left(1 - \frac{\rho}{\rho_1}\right) l_1 = P\left(1 - \frac{\rho}{\rho_1}\right) l_2$,

cioè $\frac{l_1}{l_2} = \frac{1 - \frac{\rho}{\rho_1}}{1 - \frac{\rho}{\rho_2}}$; *condizione di possibilità, essendo* $\frac{l_1}{l_2} > 0$, *è* $\begin{cases} \rho_1 > \rho \\ \rho_2 > \rho \end{cases}$

oppure $\begin{cases} \rho_1 < \rho \\ \rho_2 < \rho \end{cases}$, *ma in quest'ultimo caso le sfere...*].

MECCANICA DEI GAS

1 In un'industria chimica si trovano alcuni serbatoi identici a forma parallelepipeda aventi le dimensioni di 10 m, 8 m e 4 m; contengono, a pressione normale, uno metano, un altro cloro, un altro ancora anidride carbonica; un ultimo contiene aria; trovare i diversi pesi dei gas, sapendo che 1 m^3 di metano pesa 0,72 kg, 1 m^3 di cloro pesa 3,18 kg, 1 m^3 di anidride carbonica pesa 1,98 kg ed 1 m^3 di aria pesa 1,3 kg. (*230,40 kg ; 1'017,6 kg ; 633,6 kg ; 416 kg*).

2 Calcolare la forza che la pressione atmosferica esercita su un balcone rettangolare avente dimensioni di 2,10 m e 1,20 m. (*26'031,6 kg*).

3 Quale forza, dovuta alla pressione atmosferica, si esercita su un tavolo rettangolare di dimensioni 120 cm e 70 cm? Varia la forza predetta quando il tavolo viene inclinato? (*8'677,2 kg ; no*).

4 Quanto sarebbe lunga la colonna di mercurio di un barometro, alla pressione normale, se il tubo barometrico fosse inclinato di 30° rispetto al filo a piombo? (*Il dislivello deve essere di 76 cm... ; risposta* : $\frac{2 \cdot 76}{\sqrt{3}}$ *cm*).

5 In un recipiente metallico sono contenuti 1'820 cm^3 di ossigeno alla pressione di 2,5 atm; che pressione si dovrà esercitare (restando costante la temperatura) per ridurre il gas ad un volume di 420 cm^3? (*10,83 atm*).

6 Un pallone aerostatico avente raggio 390 cm contiene idrogeno alla pressione di 1,6 atm; successivamente il pallone si dilata, restando costante la temperatura, e la pressione diventa di 1,2 atm; quale sarà il suo nuovo volume? (*Volume iniziale : 247,728 m^3 ; volume finale : 329,478 m^3*).

7 Completare la seguente tabella, che si riferisce ad una certa massa di un gas sottoposto a diverse pressioni, mentre la temperatura rimane costante, e compilare il relativo diagramma:

Pressione (in atm)	1	2	3	4	5	6
Volume (in m^3)	240					

8 Un aerostato ha il raggio di 18 m e contiene idrogeno (1 m^3 di idrogeno pesa 0,089 kg) a pressione normale; sapendo che 1 m^3 di aria pesa 1,3 kg e che il peso complessivo delle parti solide è di 1'780 kg, calcolare la spinta ascensionale a cui è sottoposto. *(Circa 27'700 kg)*.

9 Ad un certo volume v di aria a pressione p si toglie l'ossigeno; l'azoto che rimane, ricondotto alla pressione esterna, ha un certo volume v_1. Calcolare il volume dell'ossigeno che era contenuto nella massa d'aria iniziale e la pressione dei due gas sapendo che nell'aria vi è circa il 21 % di ossigeno.
[Siano p_1 ; p_2 ; v_1 ; v_2 pressioni e volumi dei due gas; per Boyle è $p_1 v = p v_1$ e $p_2 v = p v_2$ dalle quali $v(p_1 + p_2) = p(v_1 + v_2)$; $pv = p(v_1 + v_2)$; $v = v_1 + v_2$; ma è : $\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_1}{v_2}$ e componendo $\frac{p_1 + p_2}{p_2} = \frac{v_1 + v_2}{v_2}$ cioè $\frac{p}{p_2} = \frac{v}{v_2}$; $\frac{p}{p_2} = \frac{100}{21} = \frac{v}{v_2}$ da cui $v_2 = \frac{21}{100} v$ e $p_2 = \frac{21}{100} p$; $p_1 = p - p_2 = \frac{79}{100} p$].

10 Calcolare la spinta subita verso l'alto da un pallone aerostatico sferico di volume V il cui involucro ha peso complessivo P e pesa d al m^2, ripieno di idrogeno di peso p al m^3; si sa inoltre che l'aria pesa d_1 al m^3.

[La superficie S del pallone è $S = \frac{P}{d}$ ed il suo raggio $R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{P}{\pi d}}$;
$V = \ldots$; i pesi q e q_1 dell'idrogeno e dell'aria saranno:

$$q = Vp = \frac{Pp}{6d}\sqrt{\frac{P}{\pi d}} \quad e \quad q_1 = Vp_1 = \frac{Pp_1}{6d}\sqrt{\frac{P}{\pi d}} ;$$

la forza ascensionale F è quindi:

$$F = q_1 - q - P = \ldots = \frac{P}{6d}\sqrt{\frac{P}{\pi d}}(p_1 - p) - P].$$